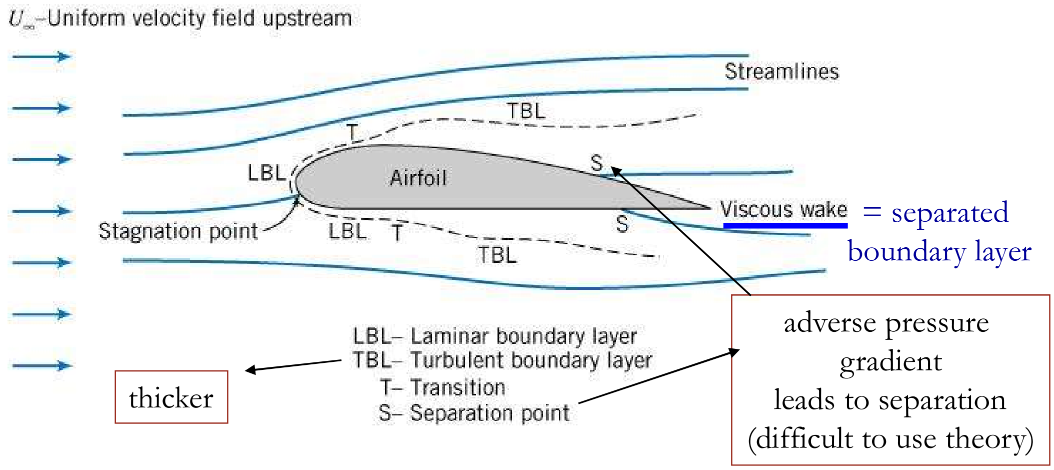
فصل سوم: جریان های خارجی
و
تئوری لایه مرزی

لایه مرزی در جریان خارجی لزج

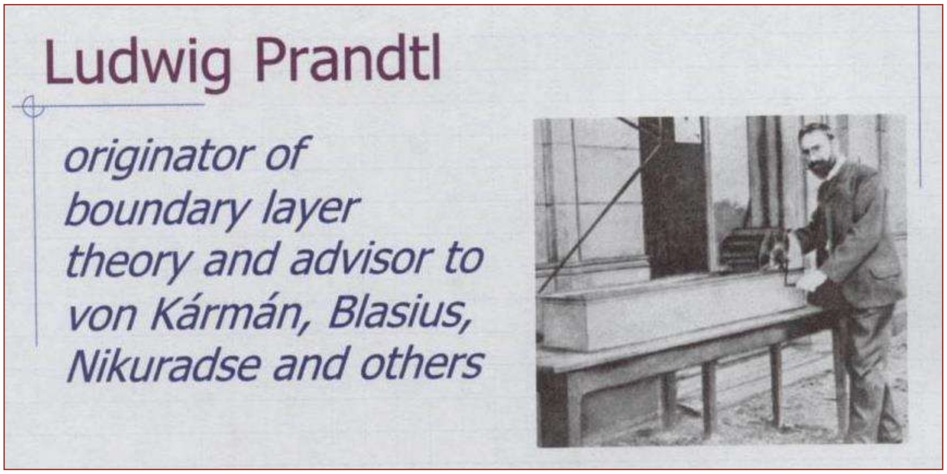
EXTERNAL INCOMPRESSIBLE VISCOUS FLOWS



- $Re = U_\infty x/\nu$; $Re = U_\infty c/\nu$; …
- laminar and turbulent boundary layers
- displaced inviscid outer flow
- adverse pressure gradient and separation

Boundary Layer Provides Missing Link Between Theory and Practice

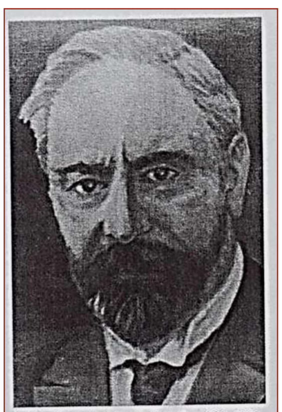
Boundary layer, δ, where viscous stresses (i.e. velocity gradient) are important we'll define as where $u(x,y)$ = **0 to 0.99** $\mathbf{U_\infty}$ above boundary.

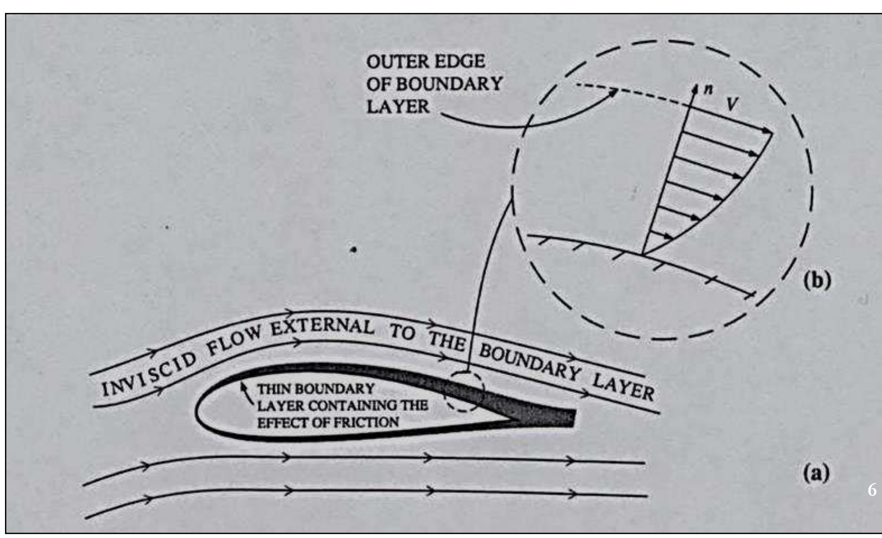


In August of 1904 Ludwig Prandtl, a 29-year old professor presented a remarkable paper at the 3rd International Mathematical Congress in Heidelberg. Although initially largely ignored, by the 1920s and 1930s the powerful ideas of that paper helped create modern fluid dynamics out of ancient hydraulics and 19th-century hydrodynamics.

(only 8 pages long, but arguably one of the most important fluid-dynamics papers ever written)

- Prandtl assumed no slip condition
- Prandtl assumed thin boundary layer region where shear forces are important because of large velocity gradient
- Prandtl assumed inviscid external flow
- Prandtl assumed boundary so thin that within it $\partial p/\partial y \approx 0$;
- Prandtl outer flow drives boundary layer
- Boundary layer can greatly effect outer "inviscid" flow if separates


Extraordinary insights: Ludwig Prandtl in 1936.



BOUNDARY LAYER HISTORY

- 1904 Prandtl
  Fluid Motion with Very Small Friction
  2-D boundary layer equations

- 1908 Blasius
  The Boundary Layers in Fluids with Little Friction
  Solution for laminar, 0-pressure gradient flow

- 1921 von Karman
  Integral form of boundary layer equations

- 1924 Sir Horace Lamb
  Hydrodynamics ~ one paragraph on boundary layers

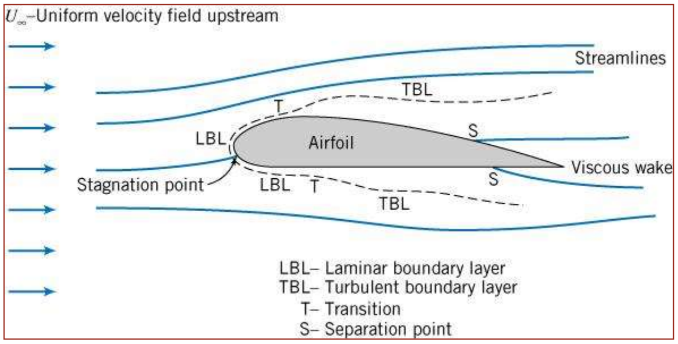
- 1932 Sir Horace Lamb
  Hydrodynamics ~ entire section on boundary layers

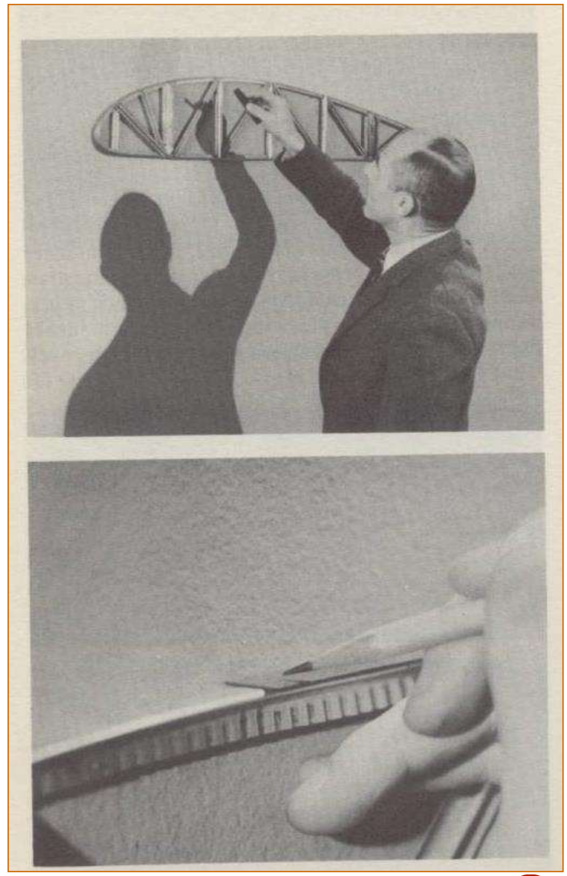
Theodore Von Karman

	INTERNAL	EXTERNAL
FULLY DEVELOPED?	CAN BE	NEVER
WAKE?	NEVER	USUALLY - PLATE IS EXCEPTION
THEORY LAMINAR	PIPES, DUCTS,..	FLAT PLATE & ZERO PRESSURE GRADIENT
GROWING BOUNDARY LAYER?	NOT WHEN FULLY DEVELOPED	ALWAYS
ADVERSE PRESSURE GRADIENT	PIPE/DUCT=N0 DIFFUSER=YES	PLATE=MAYBE BODIES=USUALLY
TURBULENT EXPERIMENT	PIPE (EXAMPLE) $u(r)/U_{c/l} = (y/R)^{1/n}$	PLATE (EXAMPLE) $u(y)/U_o = (y/\delta)^{1/n}$

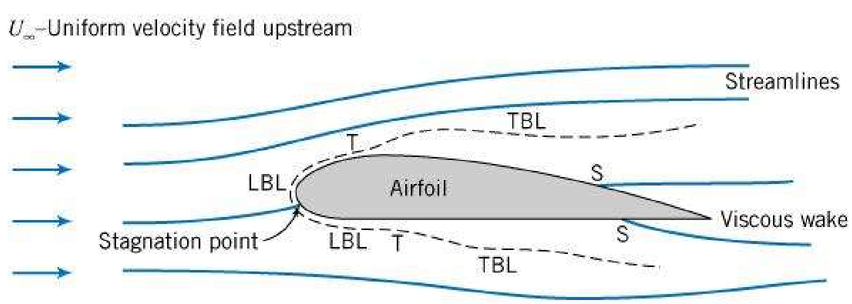
Note – throughout figures the boundary layer thickness, δ, is greatly exaggerated!*

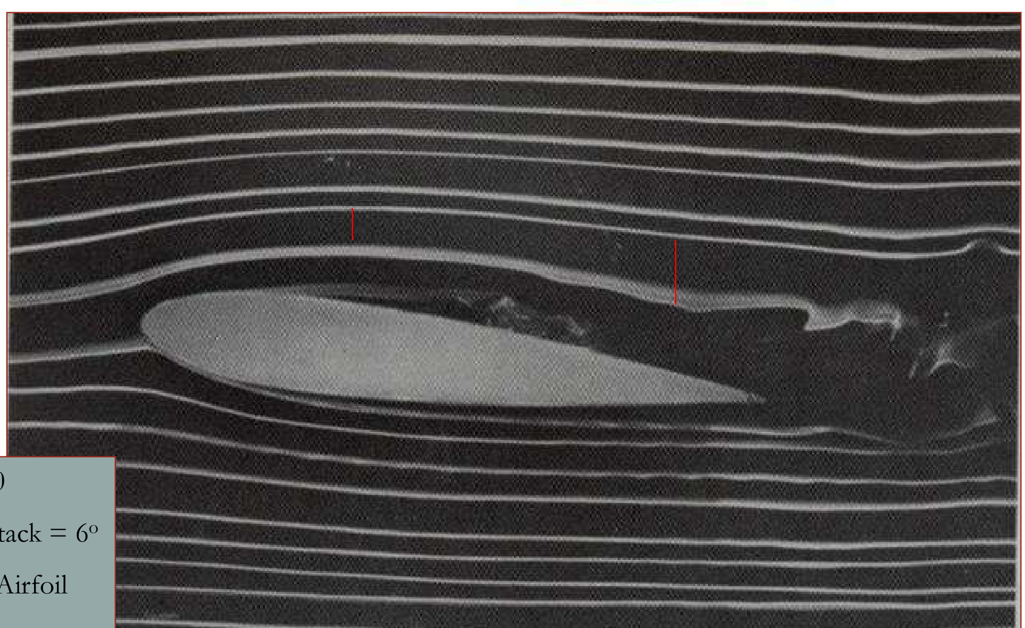
(disturbance layer)*





Airline industry had to develop flat face rivets.



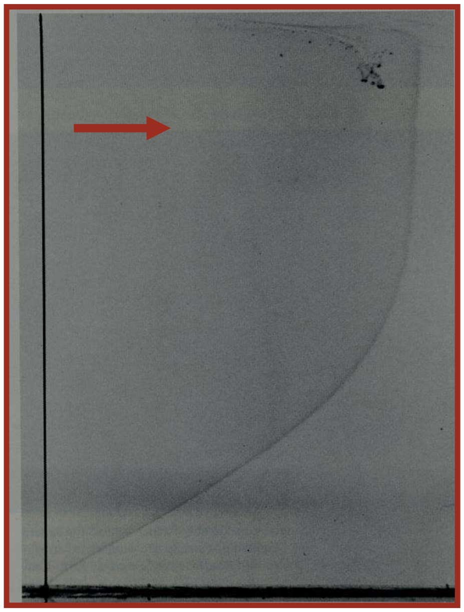


Re = 20,000

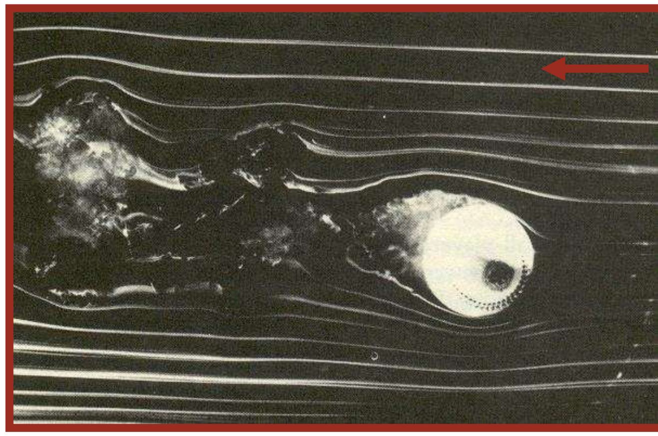
Angle of attack = 6^o

Symmetric Airfoil

16% thick

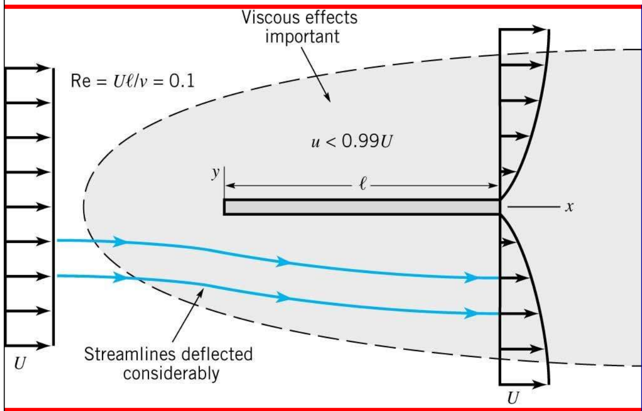


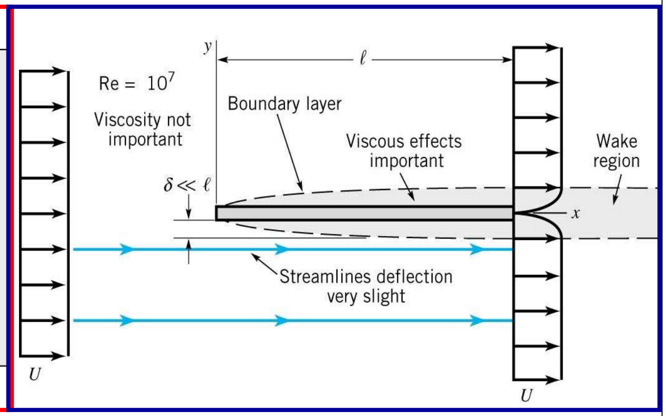
Flat Plate (no pressure gradient)
~ what is velocity profile?
~ wall shear stress/drag?
~ displacement of free stream?
~ laminar vs turbulent flow?



Immersed Bodies
~ wall shear stress/drag?
~ lift?
~ minimize wake

FLAT PLATE – ZERO PRESSURE GRADIENT





Laminar Flow

$\delta/x \sim 5.0/Re_x^{1/2}$

THEORY

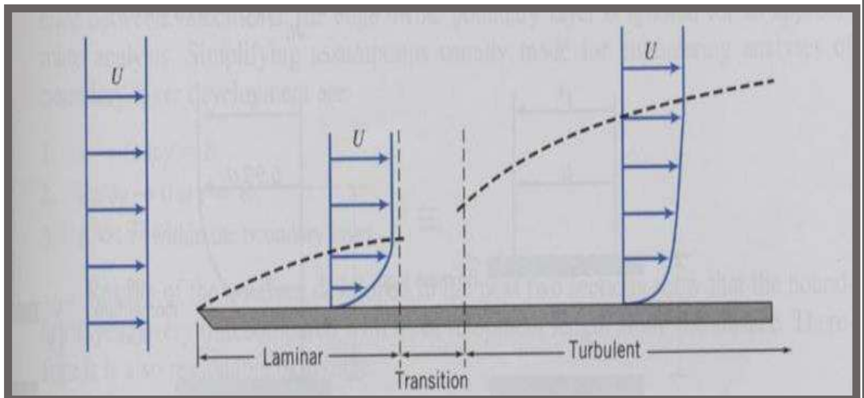
Turbulent Flow

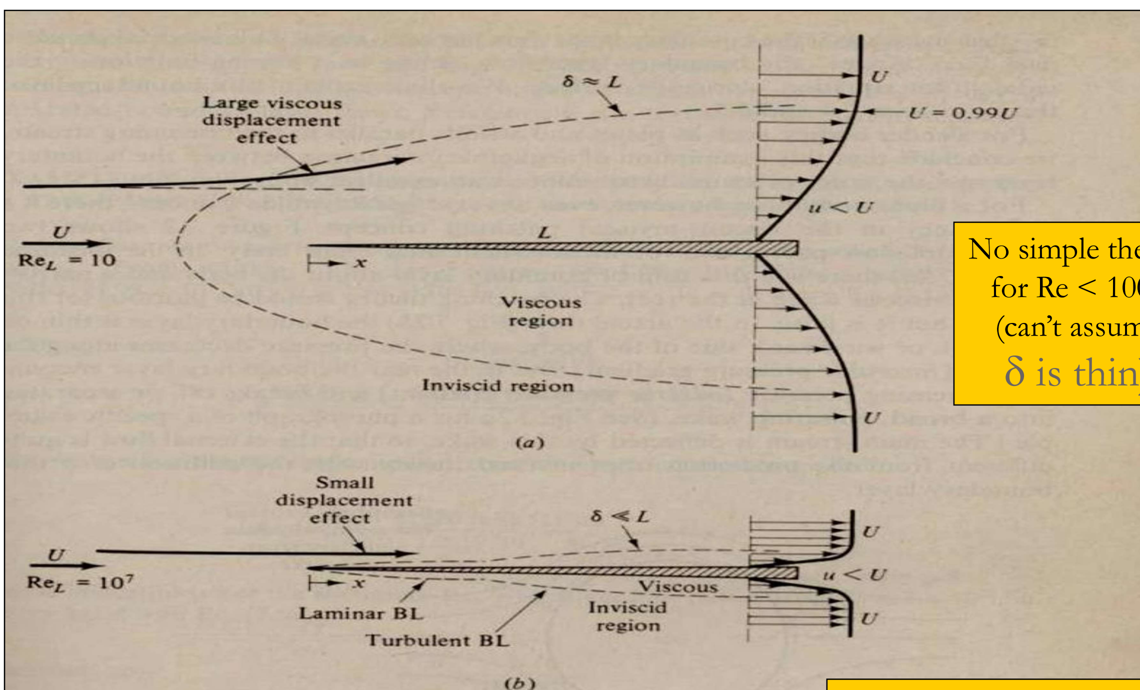
$Re_{x\ transition} > 500{,}000$

$u(y)/U_\infty = (y/\delta)^{1/7}$

$\delta/x \sim 0.382/Re_x^{1/5}$

EXPERIMENTAL



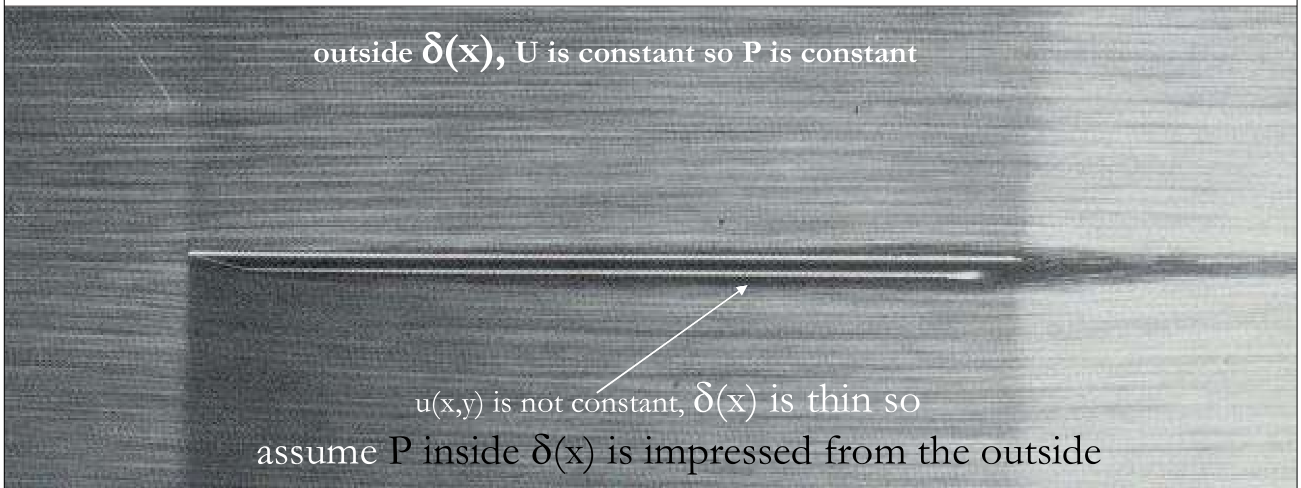


No simple theory for Re < 1000; (can't assume δ is thin)

Re_x	10^4	10^5	10^6	10^7	10^8
$(\delta/x)_{lam}$	0.050	0.016	0.005		
$(\delta/x)_{turb}$			0.022	0.016	0.011

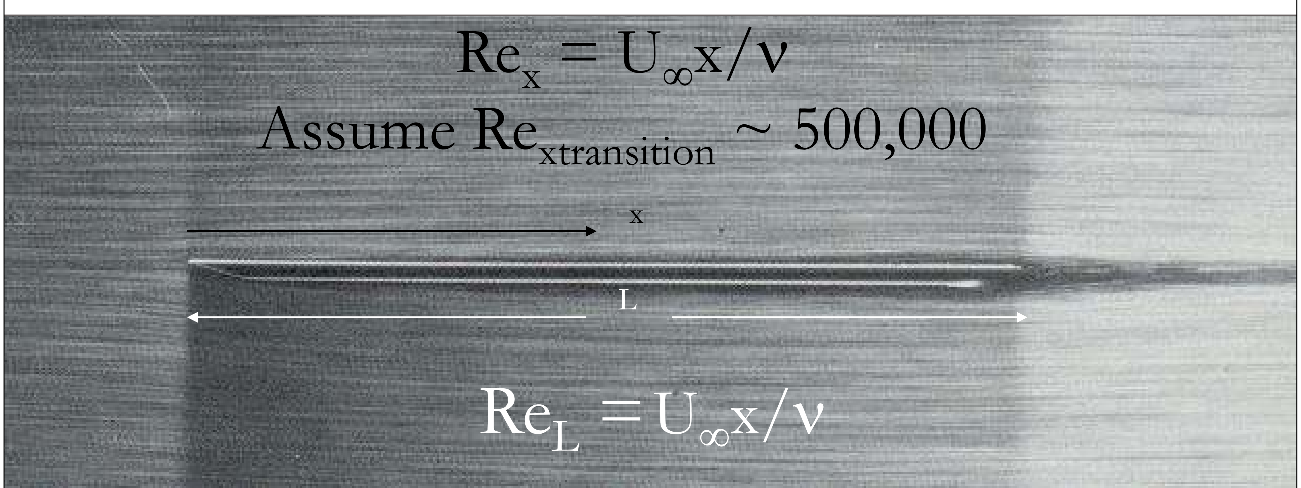
"At these Re_x numbers boundary layers so thin that displacement effect on outer inviscid layer is small"

FLAT PLATE – ZERO PRESSURE GRADIENT

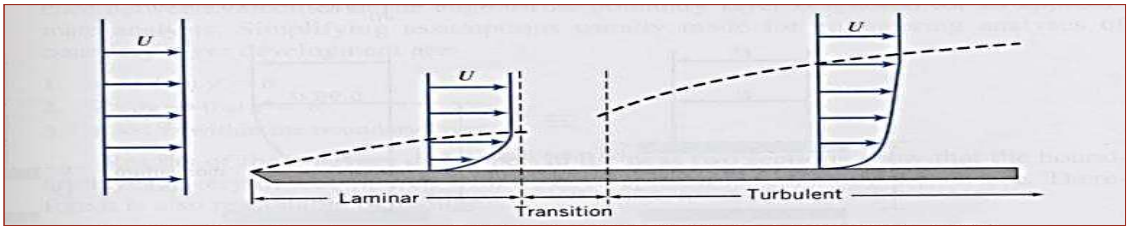


Re_L = 10,000 Visualization is by air bubbles see that boundary layer, δ, is thin and that outer free stream is displaced, δ^*, very little.

FLAT PLATE – ZERO PRESSURE GRADIENT



Re_L = 10,000 Visualization is by air bubbles see that boundary+ layer, δ, is thin and that outer free stream is displaced, δ^*, very little.



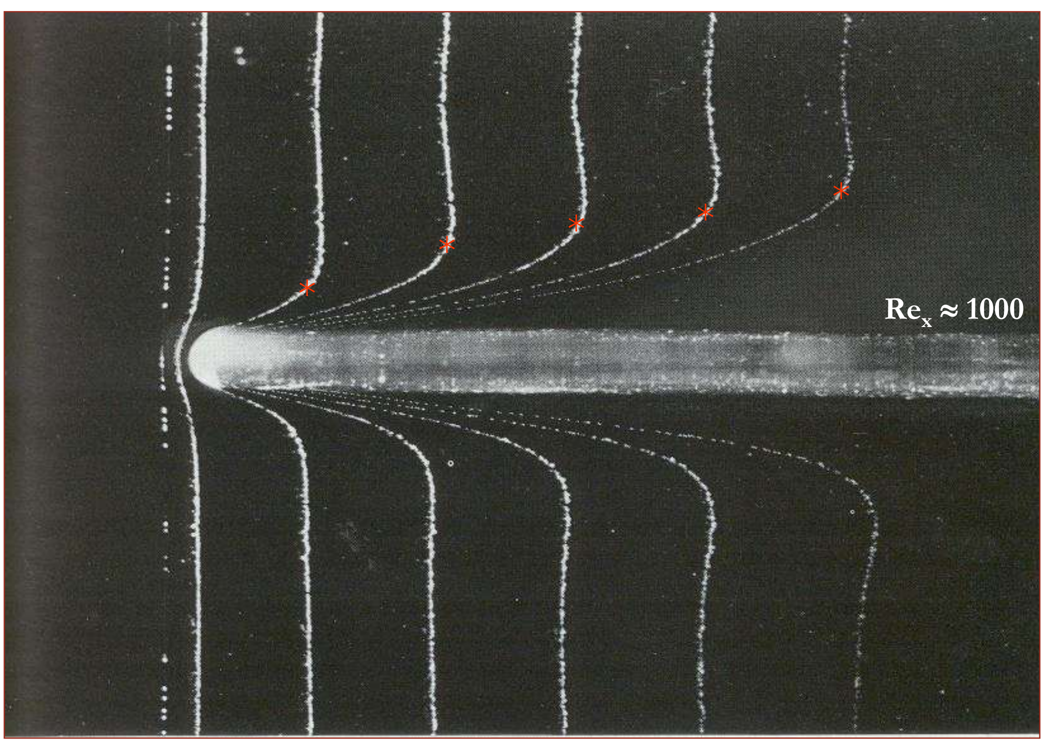
SIMPLIFYING ASSUMPTIONS OFTEN MADE FOR ENGINERING ANALYSIS OF BOUNDARY LAYER FLOWS

1. $u \rightarrow U$ at $y = \delta$
2. $\partial u / \partial y \rightarrow 0$ at $y = \delta$
3. $v \ll U$ within the boundary layer

Results of the analyses developed in the next two sections show that the boundary layer is very thin compared with its development length along the surface. Therefore it is also reasonable to assume:

4. Pressure variation across the thin boundary layer is negligible. The freestream pressure distribution is *impressed* on the boundary layer.

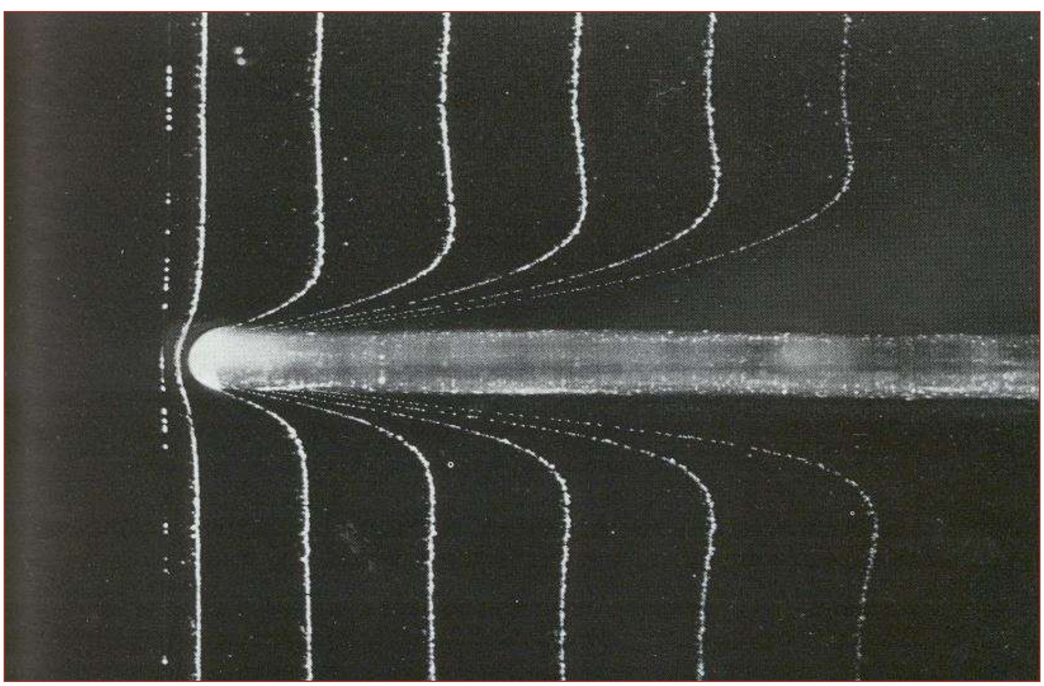
Development of laminar boundary layer
(0.01% salt water, free stream velocity 0.6 cm/s, thickness of the plate 0.5 mm, hydrogen bubble method).



FLAT PLATE – ZERO PRESSURE GRADIENT: $\delta(x)$

BOUNDARY OR DISTURBANCE LAYER

$\delta(x)$ δ^* θ



BOUNDARY OR DISTURBANCE LAYER

Boundary+ Layer Thickness $\delta(x)$

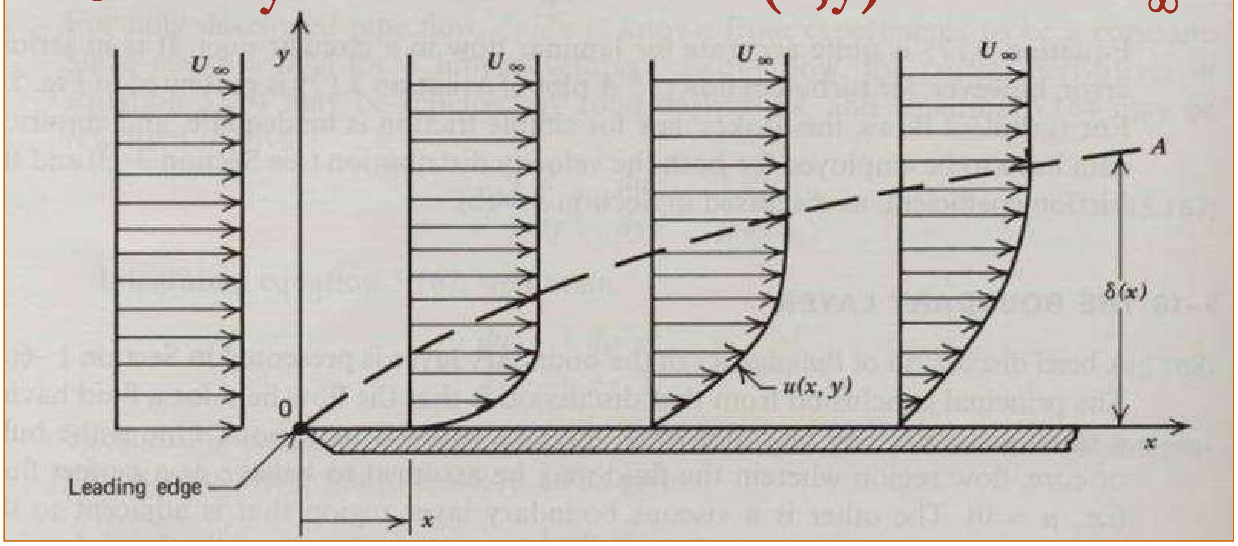
Definition:

$u(x,\delta) = 0.99$ of $U = U_\infty = U_e$

(within 1 % of U_∞)

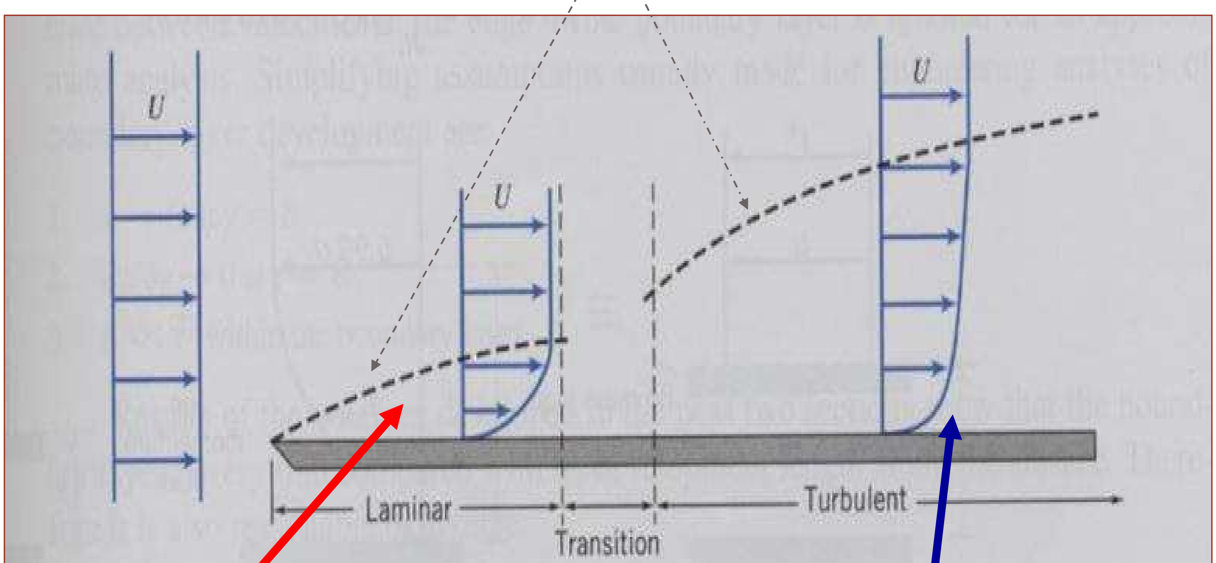
+Disturbance

δ is at y location where $u(x,y) = 0.99\, U_\infty$



Because the change in u in the boundary layer takes place asymptotically, there is some indefiniteness in determining δ exactly.

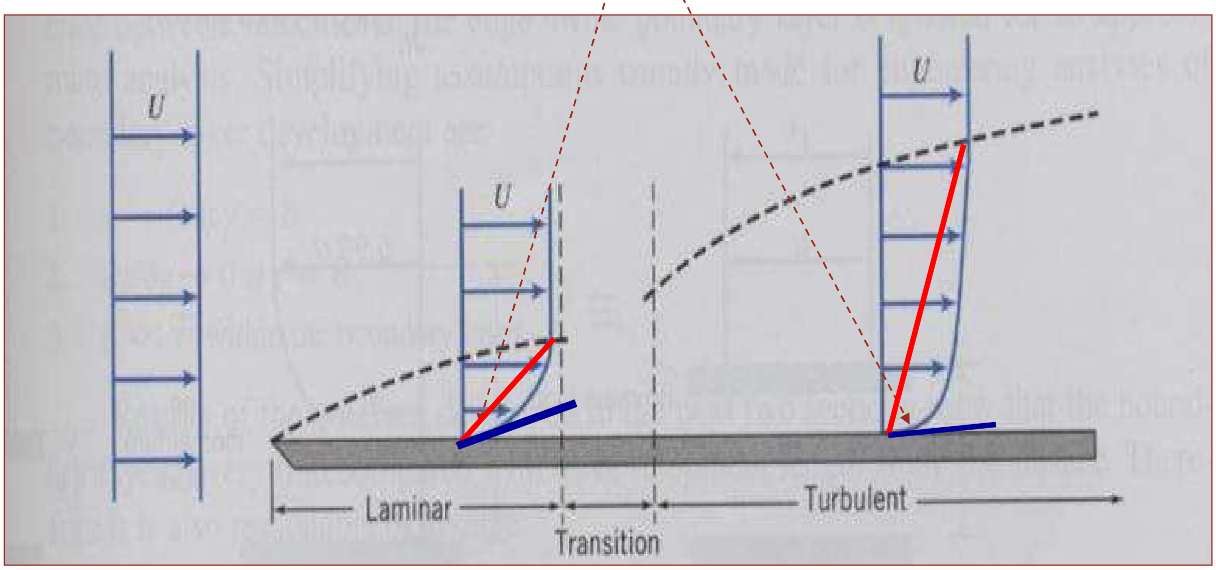
NOTE: boundary layer is much thicker in turbulent flow.



Blasius showed theoretically for laminar flow that
$\delta/x = 5/(Re_x)^{1/2}$ ($Re_x = \rho U_\infty x/\mu$)
$\delta \ \alpha \ x^{1/2}$

Experimentally found*
for turbulent flow that
$\delta \ \alpha \ x^{4/5}$

NOTE: velocity gradient at wall ($\tau_w = \mu \, du/dy$) is significantly greater.



At same x: $U/\delta_L > U/\delta_T$

At same x: $\tau_{wL} < \tau_{wT}$

Note, boundary layer is not a streamline!

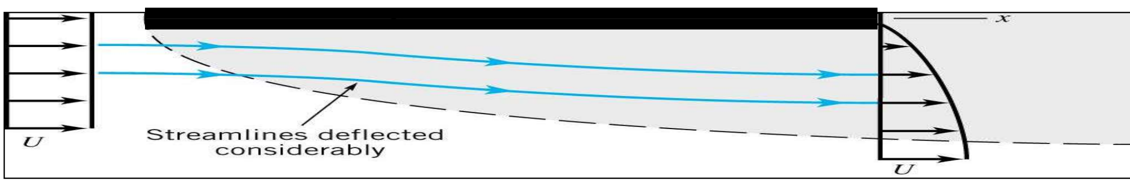
From theory (Blasius 1908, student of Prandtl):

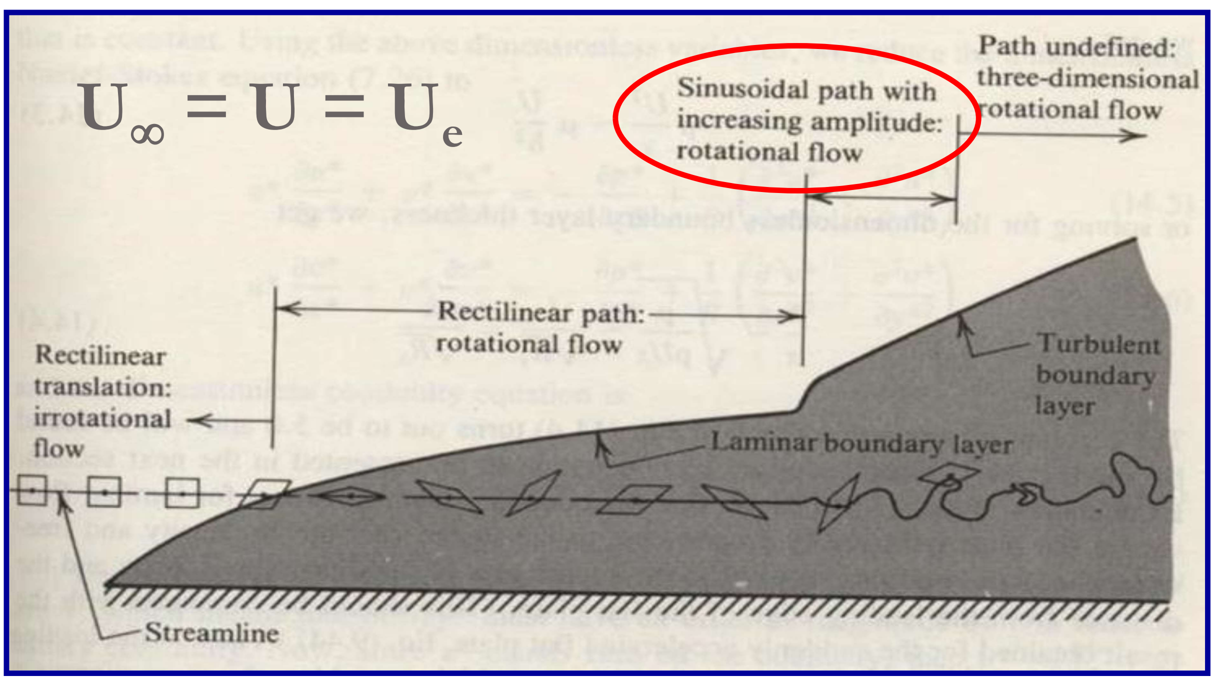
$$\delta = 5x/(Re_x^{1/2}) = 5x/(U/[\nu x])^{1/2} = 5\nu^{1/2}x^{1/2}/U^{1/2}$$

$$d\delta/dx = 5\,(\nu/U)^{1/2}\,(½)\,x^{-1/2} = 2.5/(Re_x)^{1/2}$$

$$V/U = dy/dx\,\Big|_{\text{streamline}} = 0.84/(Re_x^{1/2})$$

$$dy/dx\,\Big|_{\text{streamline}} \neq d\delta/dx \quad \text{so } \delta \text{ **not** streamline}$$

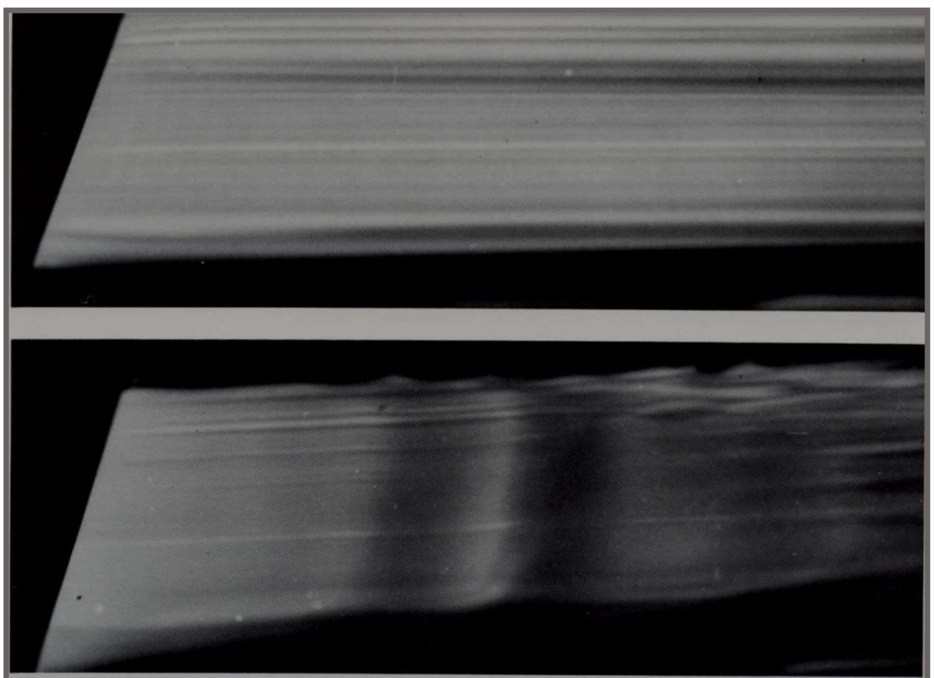




Behavior of a fluid particle traveling along a streamline **through** a boundary layer along a flat plate.

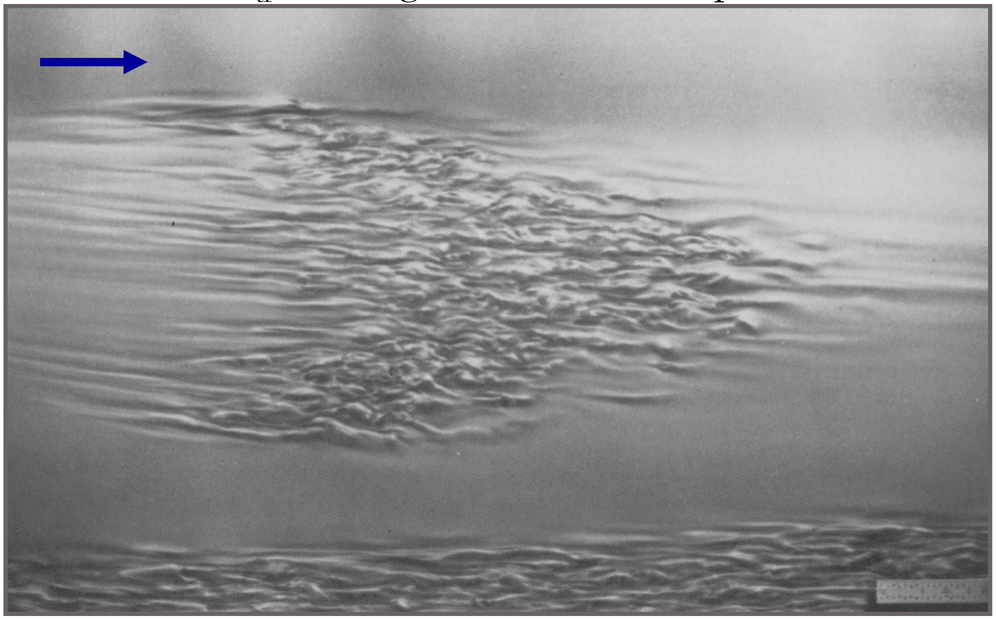
LAMINAR TO TURBULENT TRANSITION

LAMINAR TO TURBULENT TRANSITION

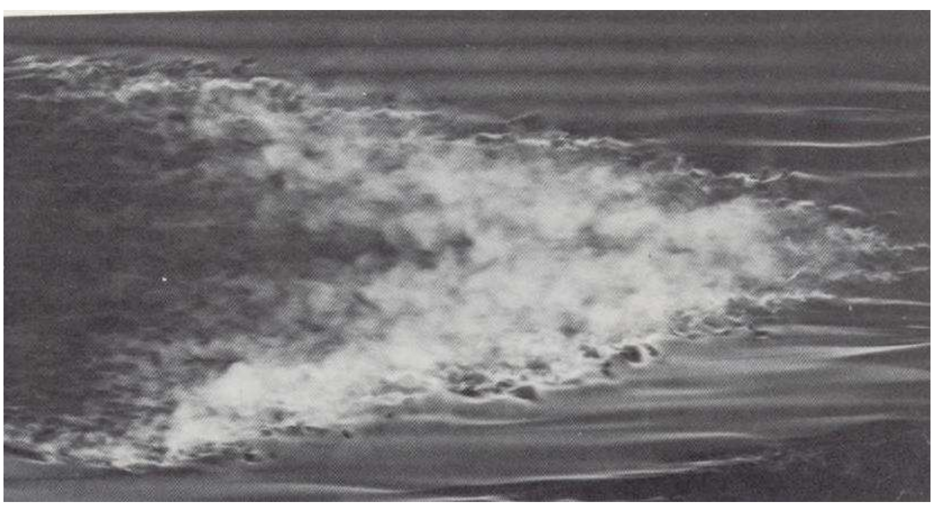


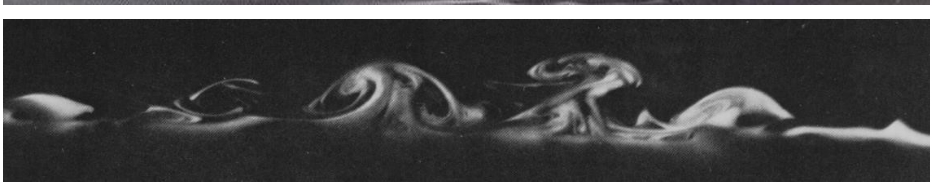
104. Instability of the boundary layer on a plate. At R=20,000 based on length (upper photograph) the boundary layer is laminar over a flat plate aligned with the stream. At R=100,000 (lower photograph) two-dimensional Tollmien-Schlichting waves appear. They are made visible by colored fluid in water. *ONERA photographs, Werlé 1980*

NOTE: Turbulence is **not** initiated at Re_{tr} all along the width of the plate

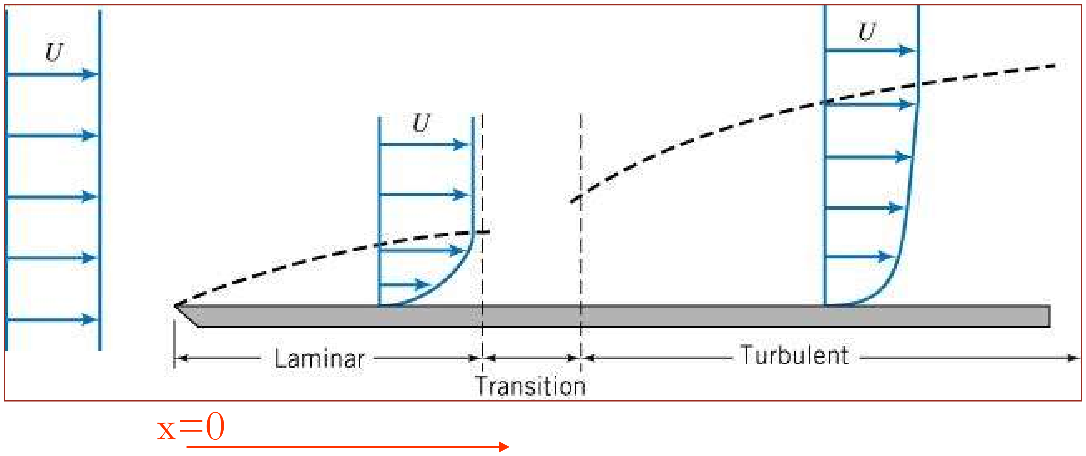


Emmons spot ~ $Re_x = 200{,}000$
Spots grow approximately linearly downstream at downstream speed that is a fraction of the free stream velocity.





Emmons spot, $Re_x = 400{,}000$
smoke in wind tunnel



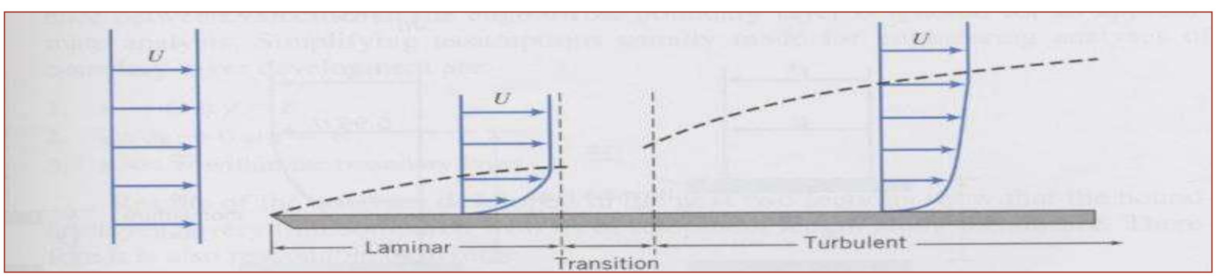
Turbulent boundary layer is thicker and grows faster.

Transition **not fixed** but usually around $Re_x \sim 500{,}000$

($2*10^5$-$3*10^6$)

For air at standard conditions and U = 30 m/s, $x_{tr} \sim 0.24$ m

Nevertheless: Treat transition as it happens all along $Re_x = 500{,}000$



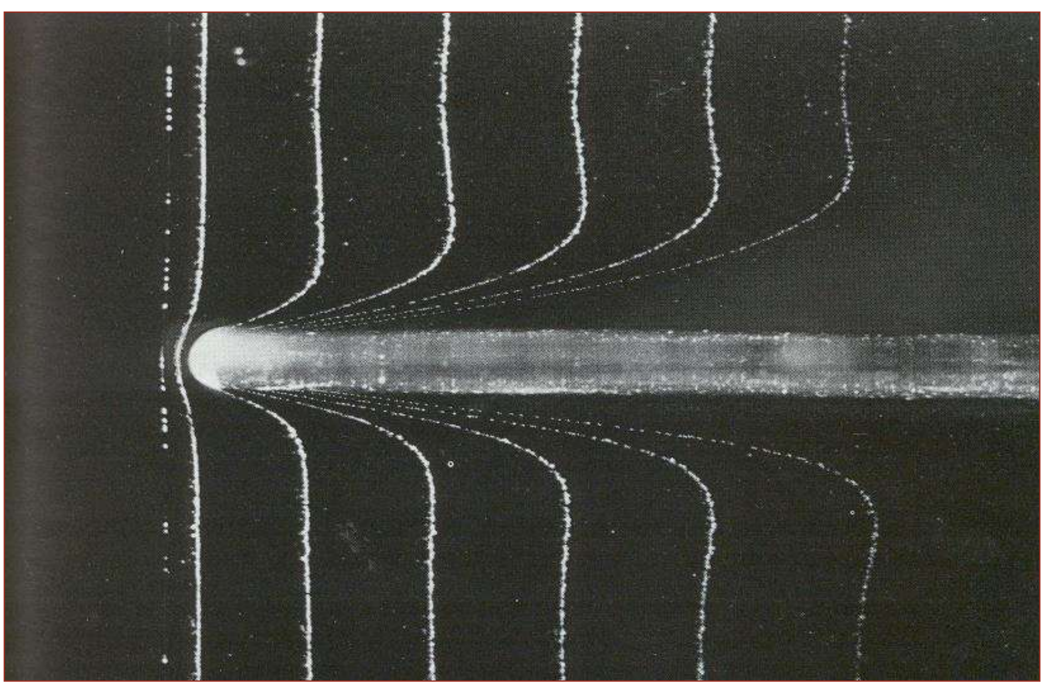
Experimentally transition occurs around $Re_x \sim 5*10^5$

Water moving around 4 m/s past a ship, transitions after about 0.14 m from the bow, representing only about 0.1 % of total length of 143 m long ship.

FLAT PLATE – ZERO PRESSURE GRADIENT: $\delta^*(x)$

DISPLACEMENT THICKNESS

δ $\delta^*(x)$ θ



DISPLACEMENT THICKNESS

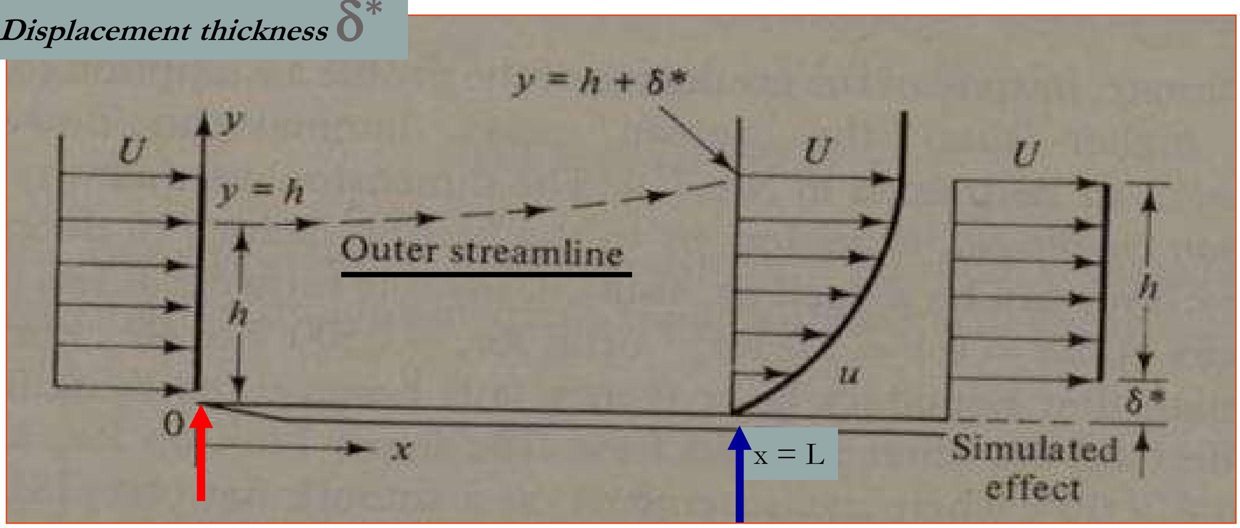
Displacement Thickness $\delta^*(x)$

Definition:

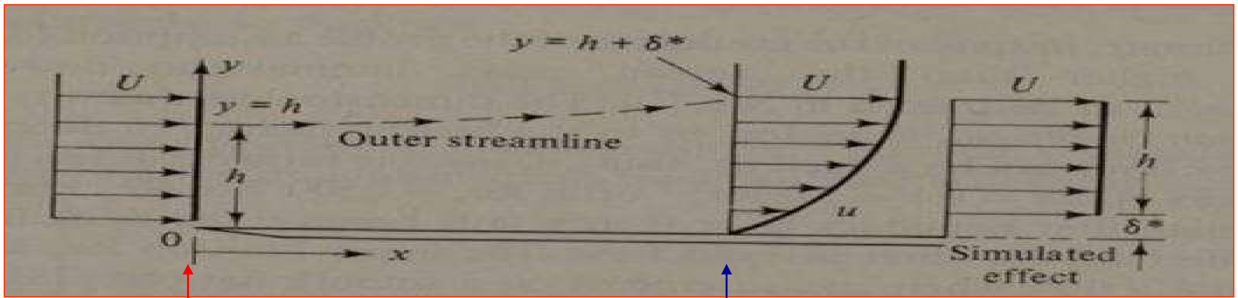
$$\delta^* = \int_0^\infty (1 - u/U)\,dy$$

δ^* is displacement of outer streamlines due to boundary layer

Displacement thickness δ^*



By definition, no flow passes through streamline, so mass through 0 to h at x = 0 is the same as through 0 to h + δ^* at x = L.



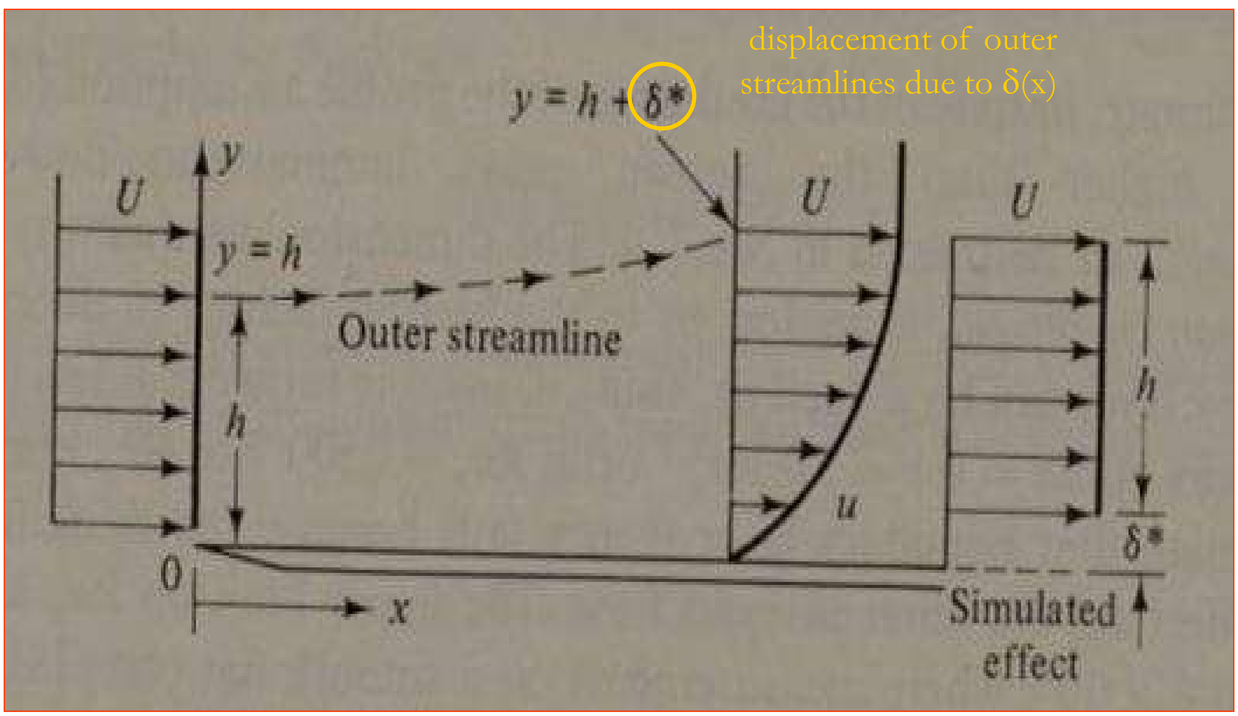
$$\rho U h = \int_0^{h+\delta^*} \rho u\,dy = \int_0^{h+\delta^*} \rho\,(\underline{U} + u - \underline{U})dy$$

$$Uh = \int_0^{h+\delta^*} U\,dy + \int_0^{h+\delta^*} (u - U)dy$$

$$\cancel{Uh} = U(\cancel{h} + \delta^*) + \int_0^{h+\delta^*}(u - U)dy$$

$$-U\delta^* = \int_0^{h+\delta^*}(u - U)dy$$

$$\delta^* = \int_0^{h+\delta^*}(-u/U + 1)dy \approx \int_0^{\infty} (1 - u/U)dy$$



$$\delta^* \approx \int_0^{\infty} (1 - u/U)dy \approx \int_0^{\delta} (1 - u/U)dy$$

function of x!

Displacement Thickness δ^*

Definition: $\delta^* = {}_0\int^\infty (1 - u/U)dy$

$$\rho U\delta^* w = {}_0\int^\infty \rho (U - u)dyw \approx {}_0\int^\delta \rho (U - u)dyw$$

the deficit in mass flux through area δw due to the presence of the boundary layer.

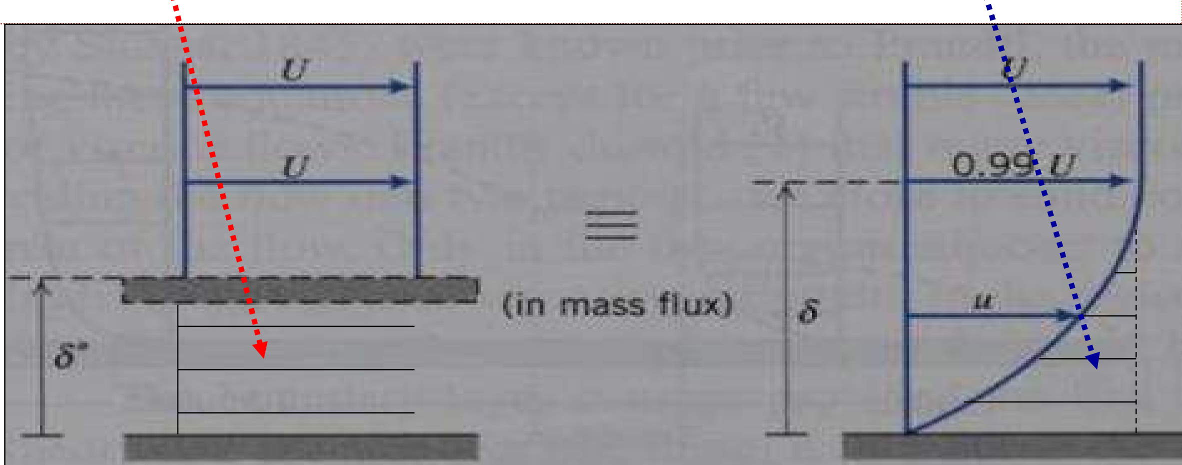
=

mass flux passing through an area [δ^*w] in the absence of a boundary layer

Displacement Thickness δ^*

Definition: $\delta^* = {}_0\int^\infty (1 - u/U)dy$

$$\rho U\delta^* = {}_0\int^\infty \rho (U - u)dy \approx {}_0\int^\delta \rho (U - u[y])dy$$



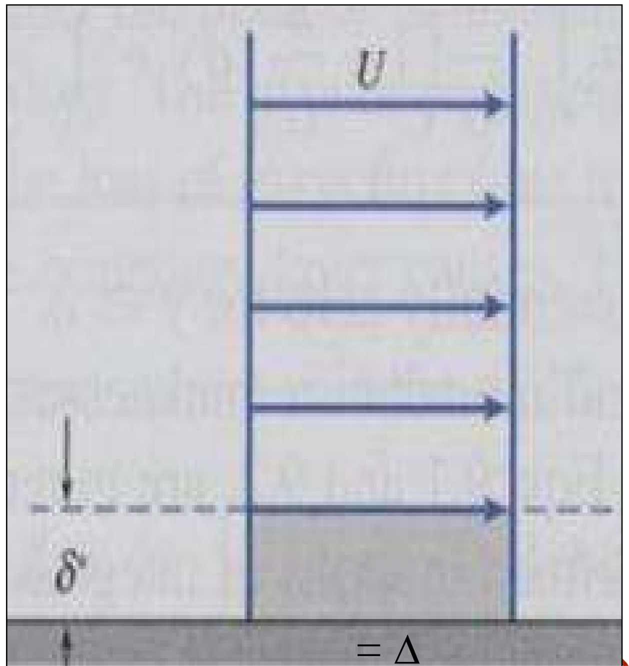
Displacement Thickness, δ*, Problem

Suppose given velocity profile:

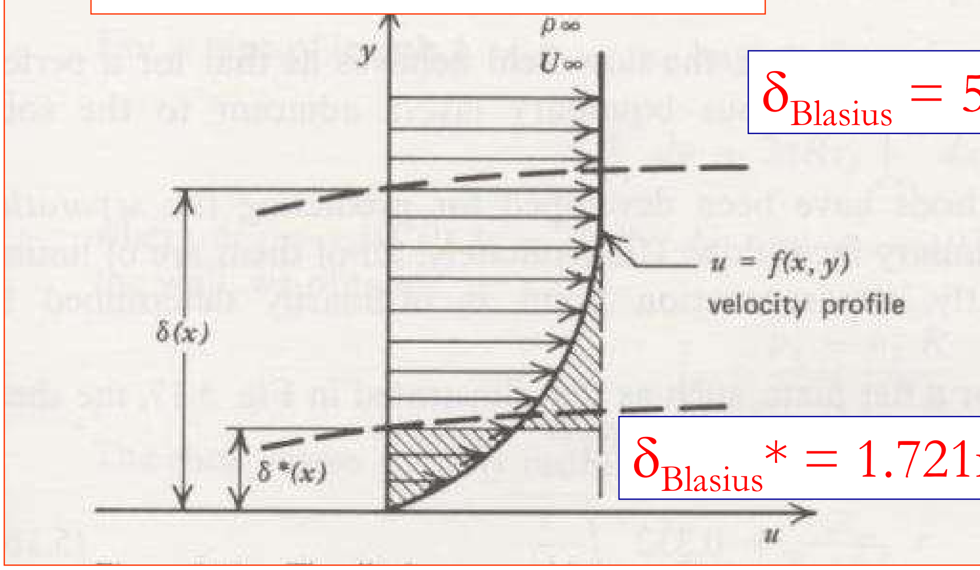
u = 0 from y = 0 to Δ

u = U_e for y > Δ.

Show that δ* = Δ



Laminar *flow on flat plate in uniform free stream*



$\delta_{Blasius} = 5x/(Re_x^{1/2})$

$\delta_{Blasius}^* = 1.721x/(Re_x)^{1/2}$

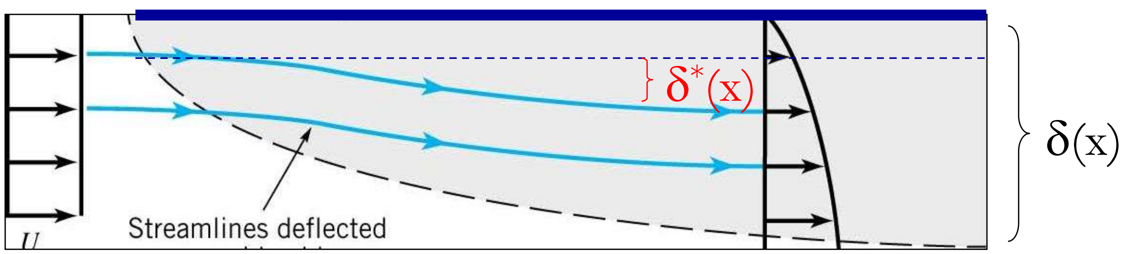
$$\delta^*(x) \sim {}^1/_3\, \delta(x)$$

δ* = Distance that an equivalent inviscid flow is displaced from a solid boundary as a consequence of slow moving fluid in the boundary layer.

Displacement Thickness δ^*

Definition: $\delta^* = \int_0^\infty (1 - u/U_e)dy$

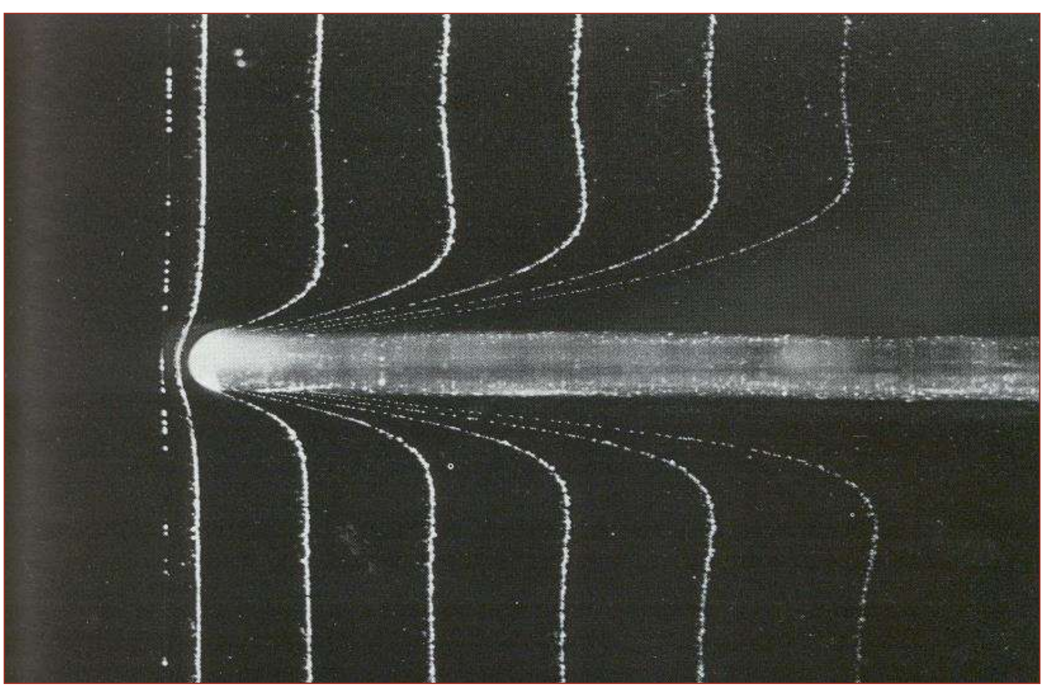
From the point of view of the flow outside the boundary layer, δ^* can be interpreted as the distance that the presence of the boundary layer appears to "displace" the flow outward (hence its name). To the external flow, this streamline displacement also looks like a slight thickening of the body shape.



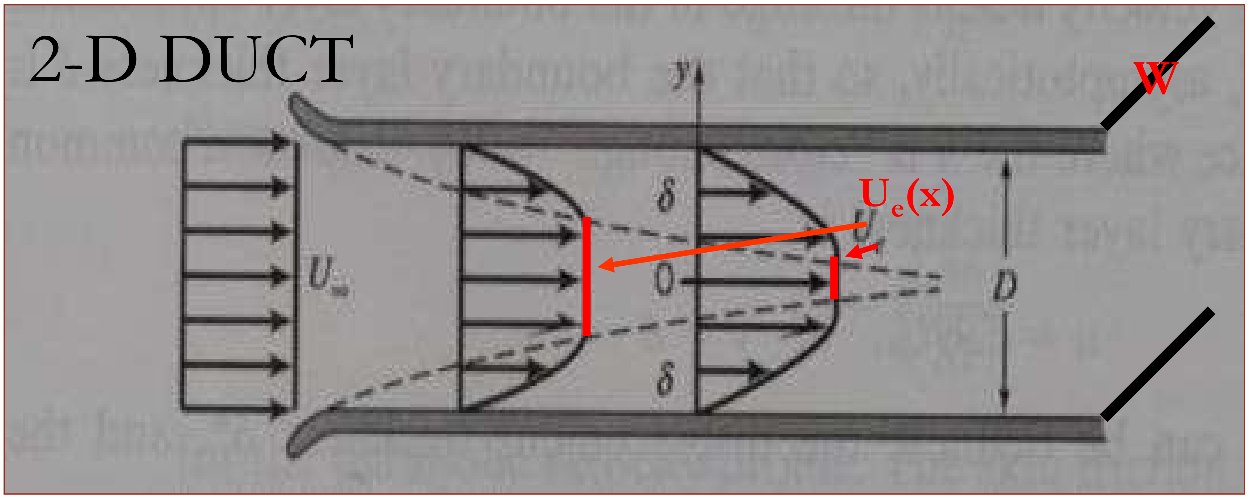
δ and δ^* are greatly magnified

EXAMPLE

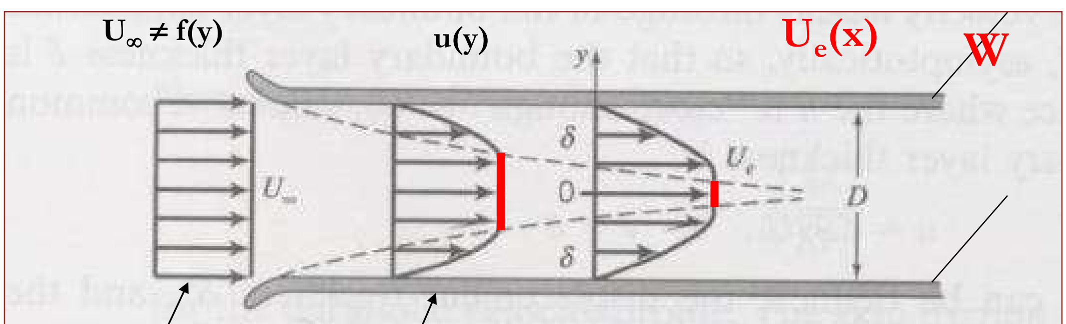
δ $\delta^*(x)$ θ



PROBLEM: Find U_e as a function of U_∞, D and δ^*



$$U_e(x) = ?$$

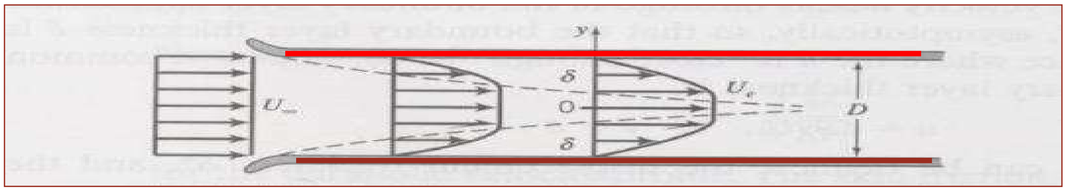


Continuity equation (per W):

$$\rho\{U_\infty D = \int_{-D/2}^{D/2} u\,dy + \int_{-D/2}^{D/2} U_e\,dy - \int_{-D/2}^{D/2} U_e\,dy\}$$

$$U_\infty D = \int_{-D/2}^{D/2} U_e\,dy - \{\int_{-D/2}^{D/2} (U_e - u)\,dy\}$$

INLET OF DUCT



Continuity equation (per W):

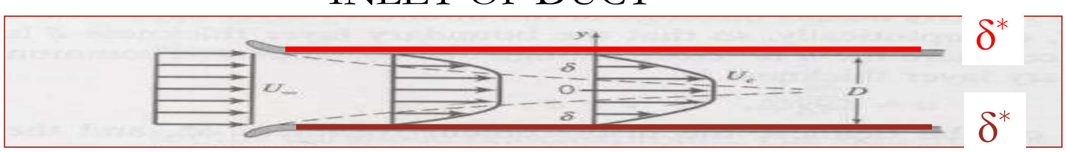
$$U_\infty D = {}_{-D/2}\int^{D/2} U_e dy - \{{}_{-D/2}\int^{D/2} (U_e\text{-}u)dy\}$$

$$U_\infty D = {}_{-D/2}\int^{D/2} U_e dy - \{{}_{(-D/2)}\int^{(-D/2+\delta)} (U_e\text{-}u)dy + {}_{(D/2-\delta)}\int^{D/2} (U_e\text{-}u)dy\}$$

(used approximation that outside boundary layer $u = U_e$)

(note that U_e = function of x but not y)

INLET OF DUCT



Continuity equation (per W):

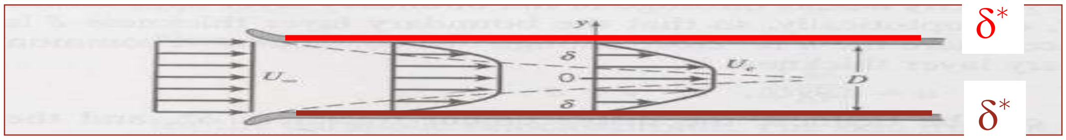
$$U_\infty D = {}_{-D/2}\int^{D/2} U_e dy - \{{}_{(-D/2)}\int^{(-D/2+\delta)} (U_e\text{-}u)dy + {}_{(D/2-\delta)}\int^{D/2} (U_e\text{-}u)dy\}$$

$$U_\infty D = {}_{-D/2}\int^{D/2} U_e dy - U_e\{{}_{(-D/2)}\int^{(-D/2+\delta)} (1\text{-}u/U_e)dy\} + U_e\{{}_{(D/2-\delta)}\int^{D/2} (1\text{-}u/U_e)dy\}$$

As we already know:

$$\delta^* = {}_0\int^{\infty} (1 - u/U_e)dy \approx {}_0\int^{\delta} (1 - u/U_e)dy$$

INLET OF DUCT



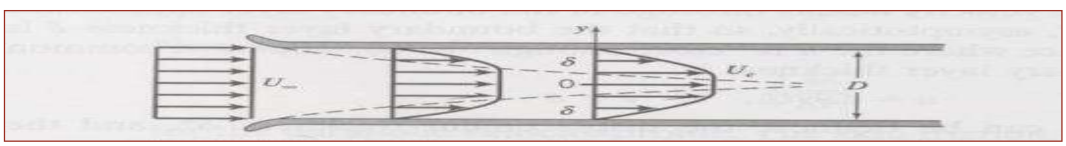
Continuity equation (per W):

$$U_\infty D = \int_{-D/2}^{D/2} U_e\,dy - U_e\left\{\int_{(-D/2)}^{(-D/2+\delta)} (1-u/U_e)\,dy + \int_{(D/2-\delta)}^{D/2} (1-u/U_e)\,dy\right\}$$

$$-\{\ \delta^* \quad + \quad \delta^*\}$$

$$U_\infty D = U_e D - 2U_e\delta^* = U_e[D - 2\delta^*]$$

$$U_e(x) = U_\infty D/[D - 2\delta^*(x)]$$



from Continuity Equation

$$U_\infty D \;=\; U_e\,[D - 2\delta^*]$$

We see that the free stream velocity in the duct is given by the effective decrease in the cross sectional area due to the growth of the boundary layers, and this decrease in area is measured by the displacement thickness!!!

نیروی پسا (Drag)

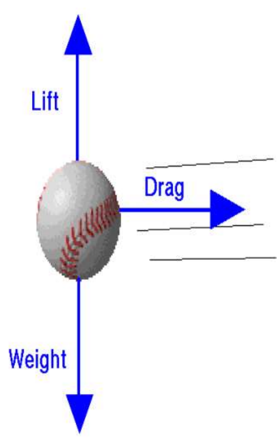
جدایش

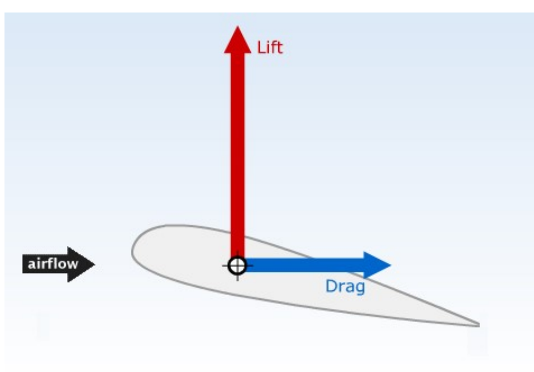
جریان از روی کره و استوانه

نیروی برآ (Lift)

نیروی درگ و نیروی لیفت

- هنگامی که یک جسم درون یک سیال قرار می گیرد، در صورتی که جسم، سیال (یا هر دو) سرعت داشته باشند از سوی سیال به جسم نیرویی وارد می شود.
- این نیروی دارای دو مولفه تنشی و فشاری است.
- برآیند این نیروی وارد شده بر جسم در جهت جریان را نیروی پسا (درگ) و برآیند نیرو عمود بر جهت جریان را نیروی برآ (لیفت) می نامند.





نیروی درگ

- نیروی درگ یک نیروی مقاوم در برابر حرکت جسم محسوب می شود. این نیرو باعث کند شدن حرکت جسم در سیال می شود (مانند مقاومت هوا).
- نیروی درگ تابعی از سرعت حرکت جسم در سیال، اندازه و شکل جسم و نوع سیالی است که جسم در آن حرکت می کند.

$$F_D = f_1(d, V, \mu, \rho)$$

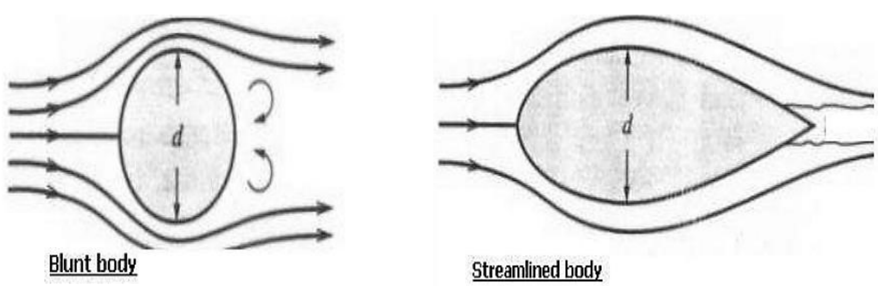
- با اعمال آنالیز ابعادی:

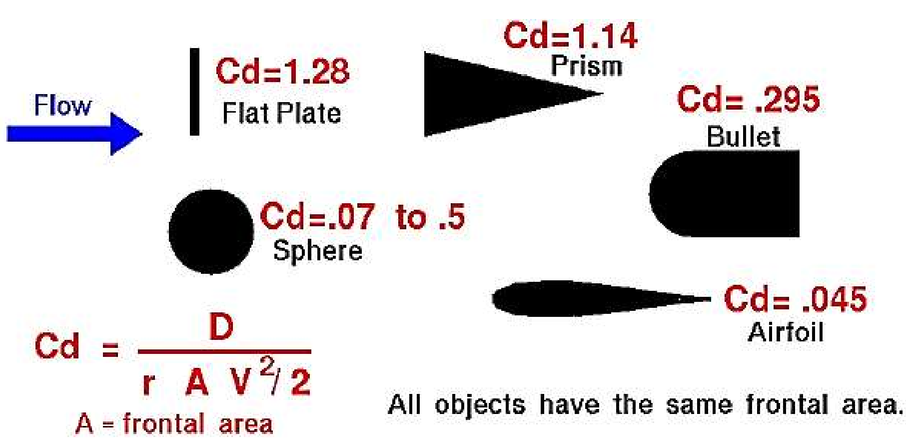
$$\frac{F_D}{\rho V^2 d^2} = f_2\left(\frac{\rho V d}{\mu}\right) \qquad \frac{F_D}{\rho V^2 A} = f_3\left(\frac{\rho V d}{\mu}\right) = f_3(Re)$$

- ضریب درگ به شکل زیر تعریف می شود (برای سیال تراکم ناپذیر):

$$C_D \equiv \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho V^2 A}$$

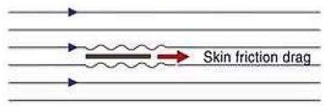
اهمیت شکل





نیروی درگ اصطکاکی (Friction Drag)

- این نیرو به دلیل تنش برروی سطح ایجاد شده و مقدار آن برای اجسام باریک اهمیت بیشتری دارد.



$$F_D = \int_{\text{plate surface}} \tau_w \, dA$$

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho V^2 \; A} = \frac{\int_{PS} \tau_w \; dA}{\frac{1}{2}\rho V^2 \; A}$$

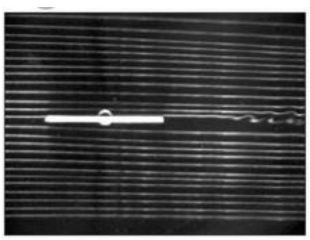
- برای جریان آرام برروی یک صفحه

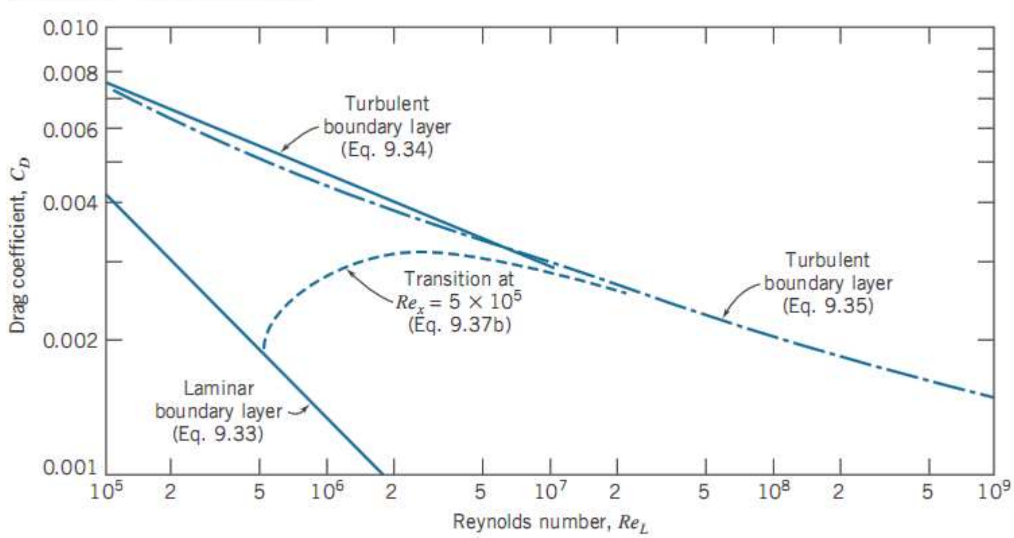
$$C_D = \frac{1.33}{\sqrt{Re_L}}$$

و برای جریان درهم ($5*10^5<Re<10^7$)

$$C_D = \frac{0.0742}{Re_L^{1/5}}$$

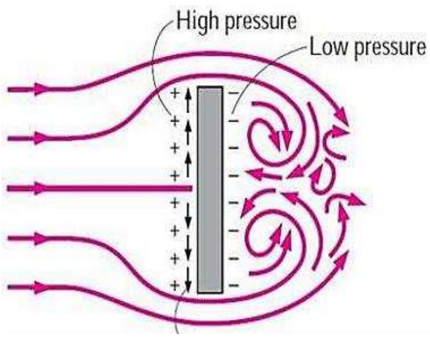
نیروی درگ اصطکاکی (Friction Drag)

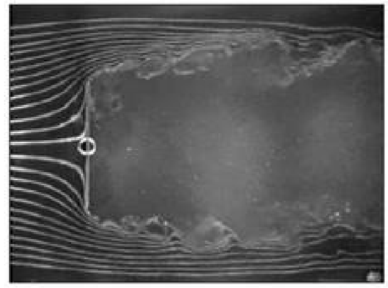


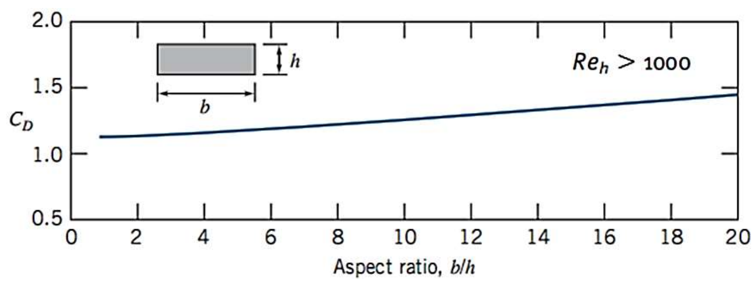


نیروی درگ فشاری (Pressure Drag)

- این نیرو در حالتی ایجاد می گردد که به دلیل شکل جسم (کروی، استوانه ای، صفحه عمود بر جریان و ...)، سیال به موازات سطح جریان نداشته و جهت آن تغییر کند. در این حالت، علاوه بر درگ اصطکاکی، نیروی درگ فشاری هم وجود خواهد داشت.

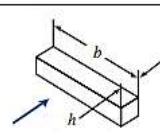
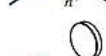
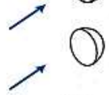
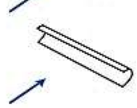






نیروی درگ فشاری (Pressure Drag)

Drag Coefficient Data for Selected Objects ($Re \gtrsim 10^3$)[a]

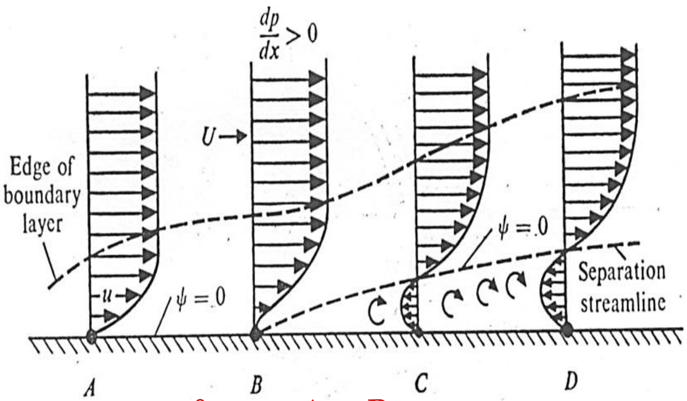
Object	Diagram		$C_D(Re \gtrsim 10^3)$
Square prism		$b/h = \infty$ $b/h = 1$	2.05 1.05
Disk			1.17
Ring			1.20[b]
Hemisphere (open end facing flow)			1.42
Hemisphere (open end facing downstream)			0.38
C-section (open side facing flow)			2.30
C-section (open side facing downstream)			1.20

[a]Data from Hoerner [16].
[b]Based on ring area.

جدایش

- در جریان هایی که تاکنون بررسی شد، گرادیان فشار را صفر در نظر گرفته و فقط اثرات لزجت و اینرسی مهم بودند.
- در صورتی که فشار در جهت جریان کم شود ($\frac{dP}{dx}<0$)، گرادیان فشار مطلوب خواهد بود.
- در صورتی که فشار در جهت جریان افزایش پیدا کند ($\frac{dP}{dx}>0$ یا گرادیان فشار معکوس)، علاوه بر نیروی اصطکاک، نیروی فشاری هم در برابر حرکت سیال مقاومت می کند.
- در این حالت، ممکن است سرعت سیال معکوس شده و لایه مرزی از مرز جدا شود.

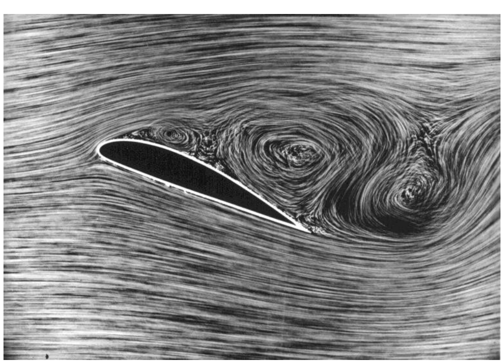
به این پدیده، «جدایش» گفته می شود.

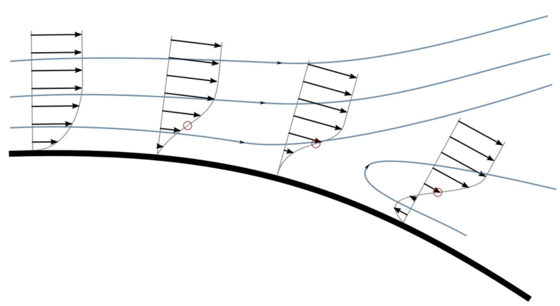


B: (نقطه جدایش $\tau_w=0$)

جدایش

- در اثر جدایش، نیروی درگ افزایش و نیروی لیفت کاهش می یابد.

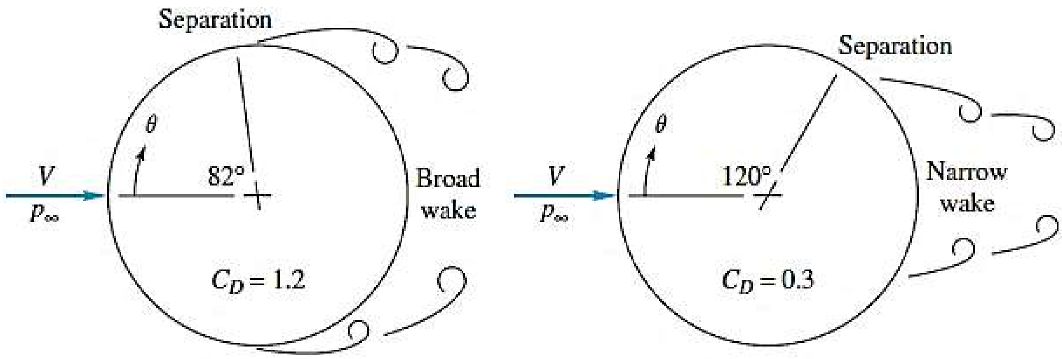


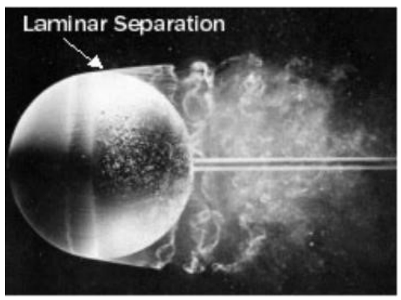


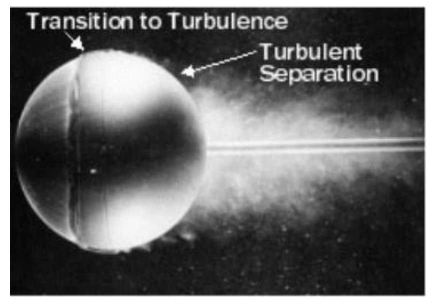
- جدایش جریان از سطح در شرایط هندسی و گرادیان فشار یکسان، در جریان درهم دیرتر از جریان آرام اتفاق می افتد.
- وجود گرادیان فشار مثبت ($\frac{dP}{dx}>0$) شرط لازم برای جدایش است، اما شرط کافی نیست.
- تئوری لایه مرزی تنها تا نقطه جدایش معتبر بوده و پس از آن قابل استفاده نیست.

جریان خارجی برروی یک کره

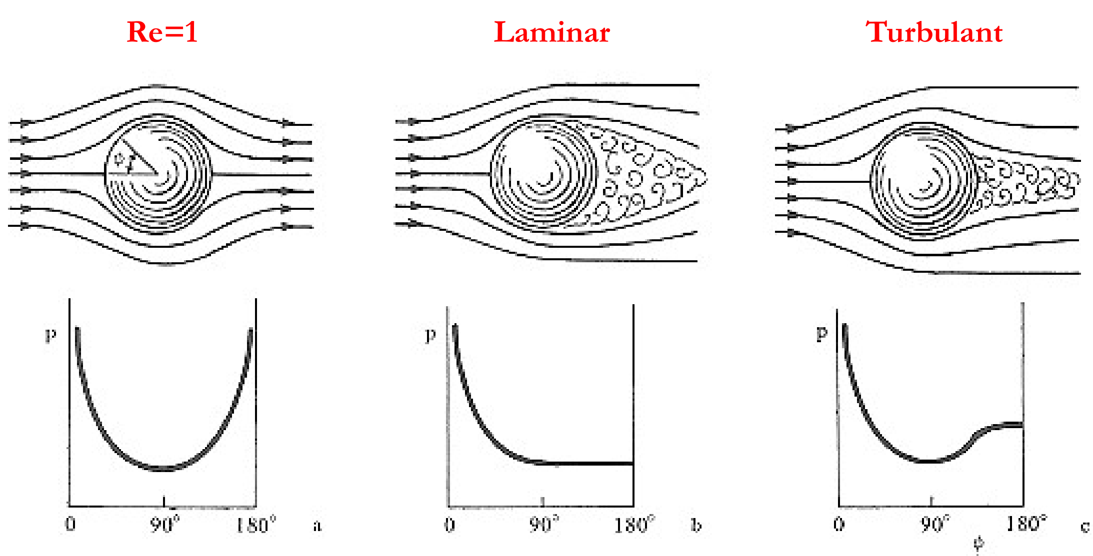
- در بخش قبل اشاره شد که به دلیل شکل کره، نیروی درگ اصطکاکی و فشاری بر آن اعمال می شود.







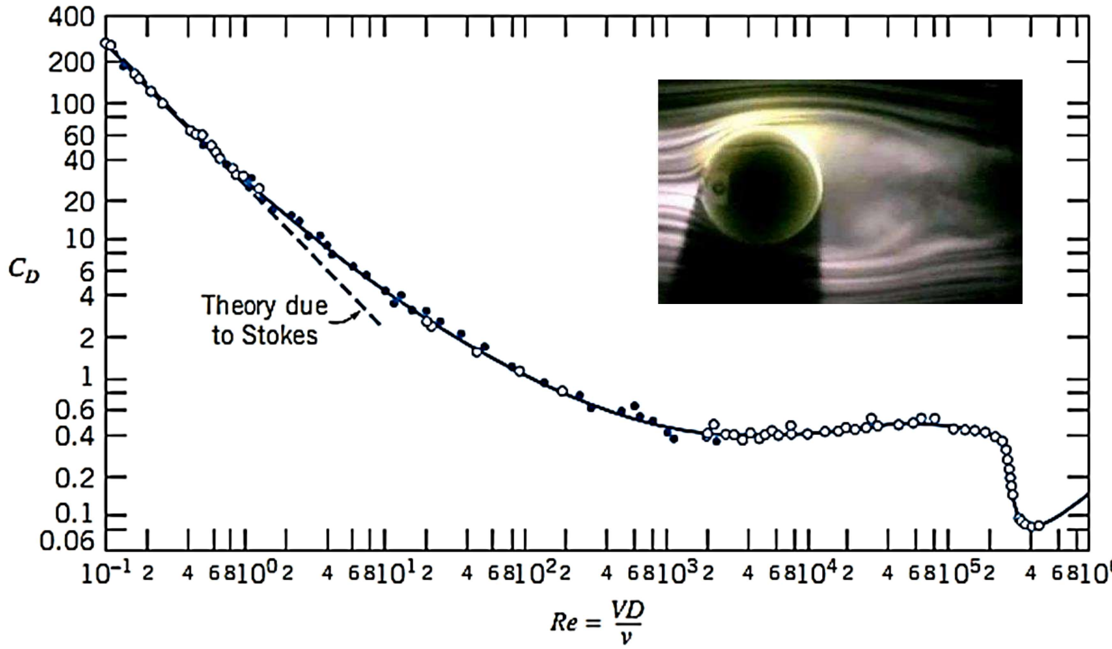
جریان خارجی برروی یک کره



$$F_D = 3\pi\mu V d$$

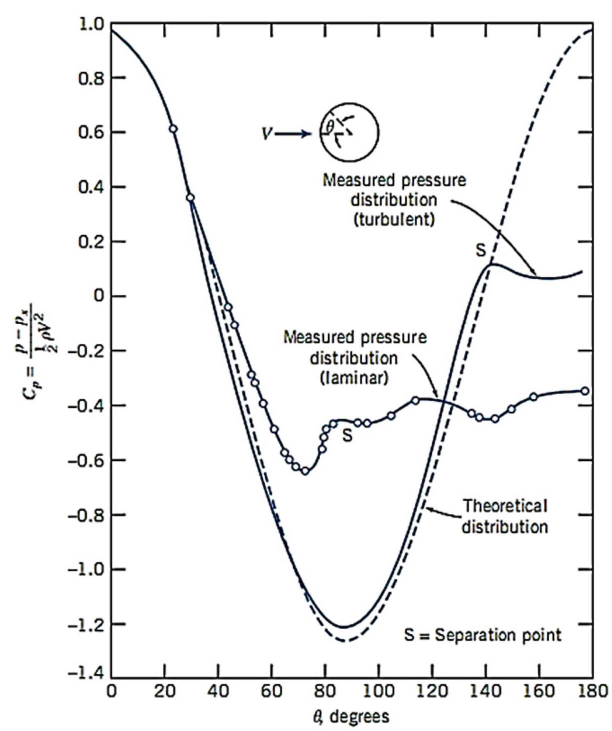
$$C_D = \frac{24}{Re}$$

جریان خارجی برروی یک کره



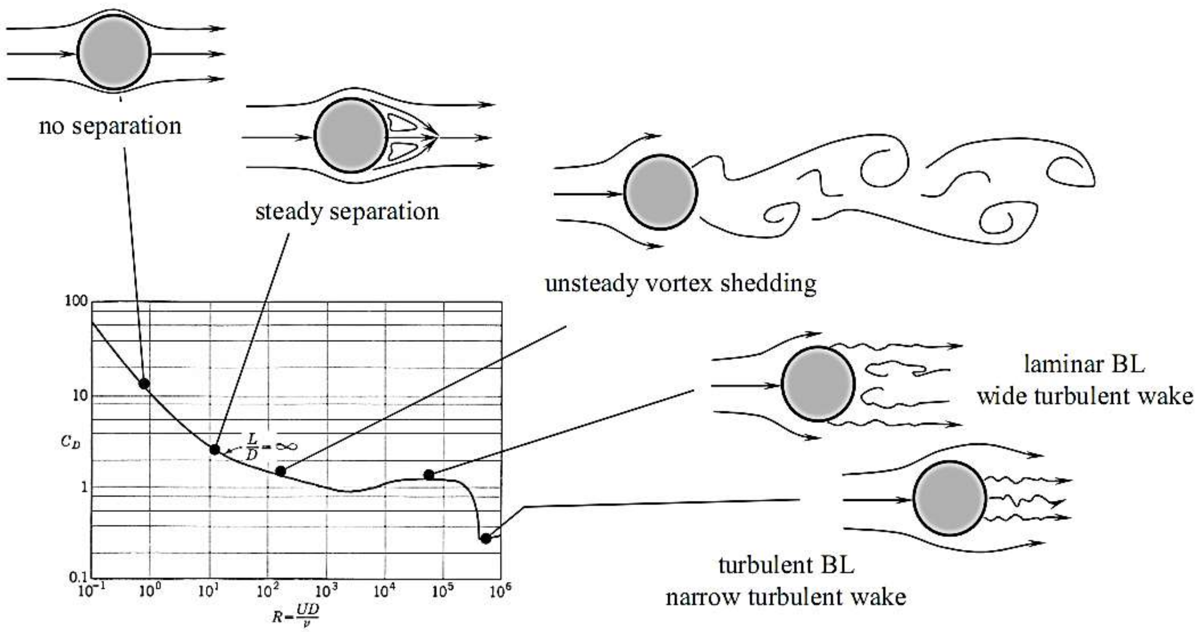
Drag coefficient of a smooth sphere as a function of Reynolds number

جریان خارجی برروی یک کره (تغییرات فشار)

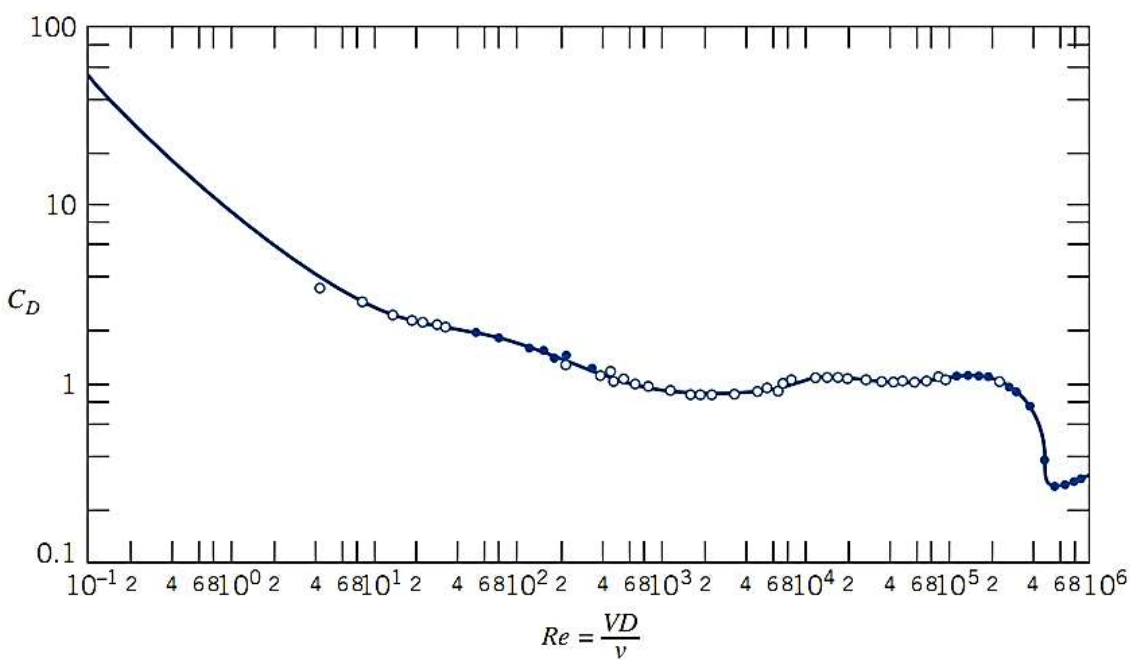


Pressure distribution around a smooth sphere for laminar and turbulent boundary-layer flow, compared with inviscid flow

جریان خارجی برروی یک استوانه



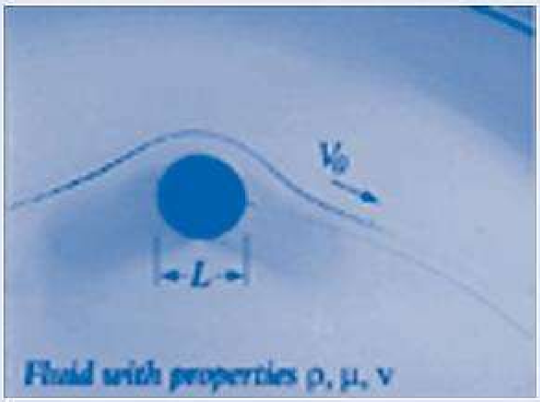
جریان خارجی برروی یک استوانه



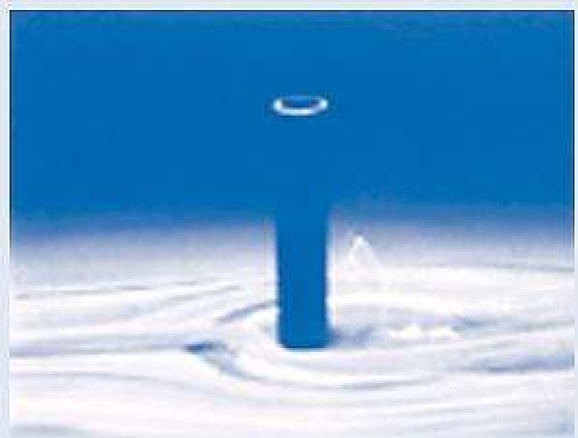
Drag coefficient for a smooth circular cylinder as a function of *Re* number

جریان خارجی برروی یک استوانه

Low Reynolds Number Flow over a Cylinder.

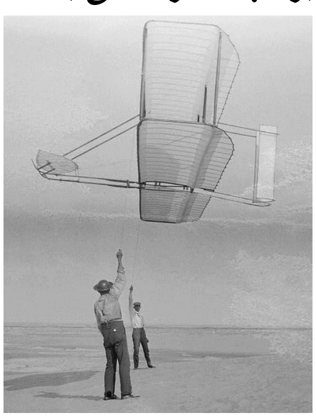


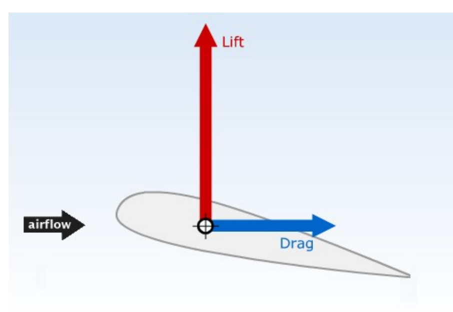
Flow Separation behind a Cylinder.



نیروی لیفت (Lift)

- قبلاً اشاره شد که نیروی لیفت، مولفه نیروی برآیند عمود بر جهت جریان می باشد.

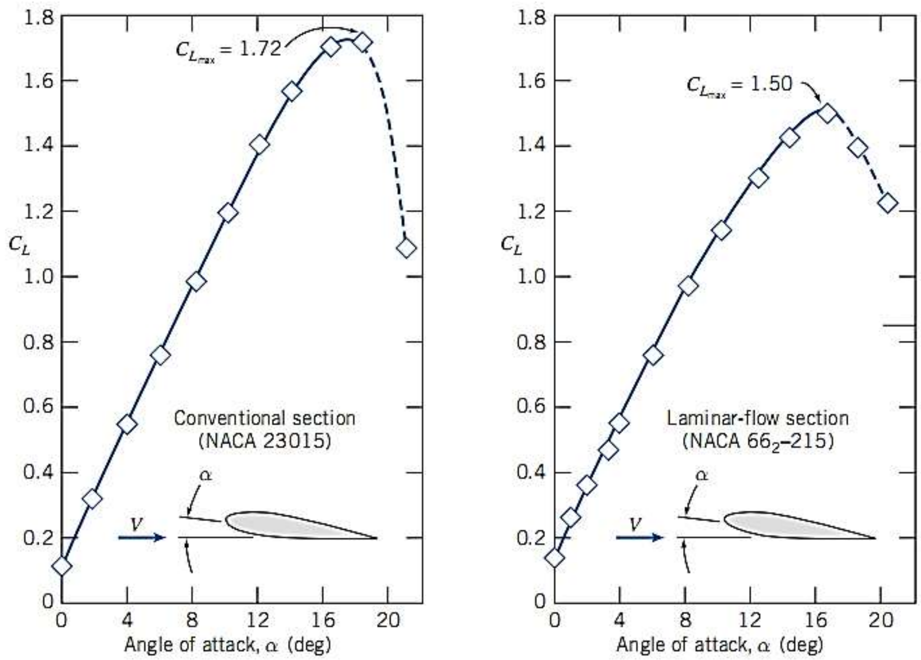




- برای نیروی لیفت، ضریبی به شکل زیر تعریف شده است:

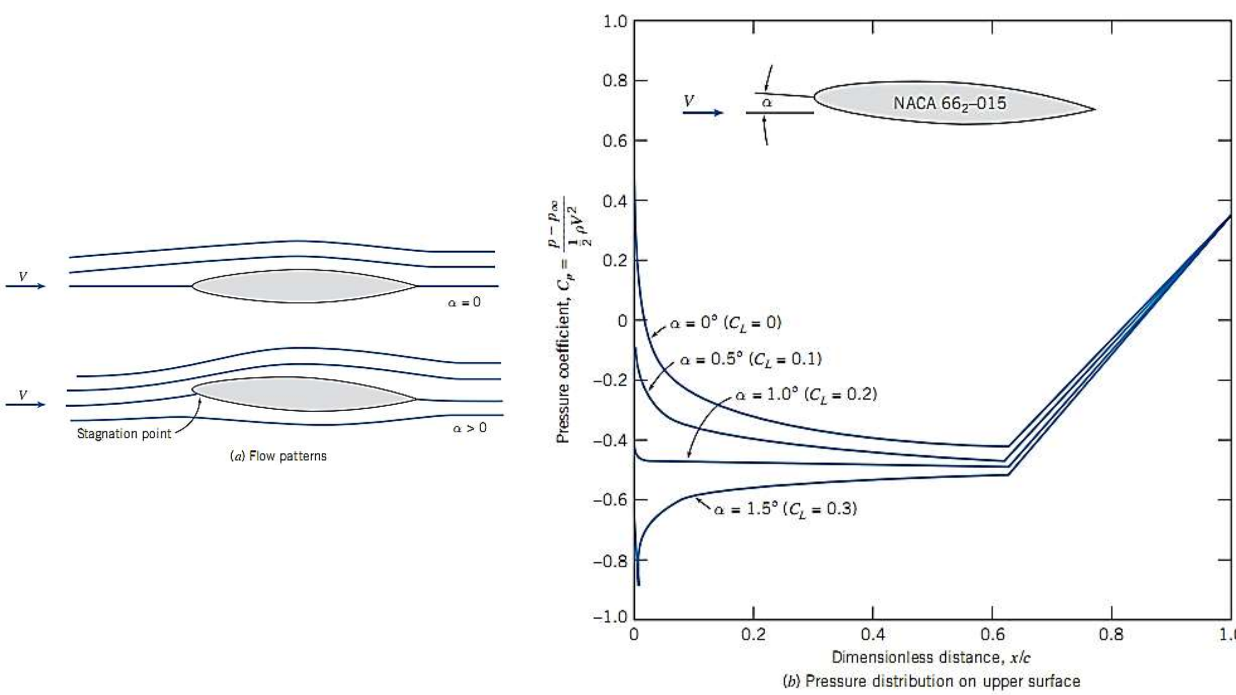
$$C_L \equiv \frac{F_L}{\frac{1}{2}\,\rho V^2\, A_p}$$

نیروی لیفت (Lift)

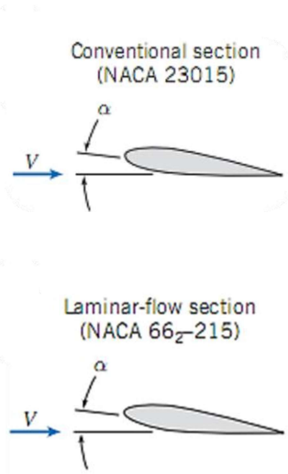


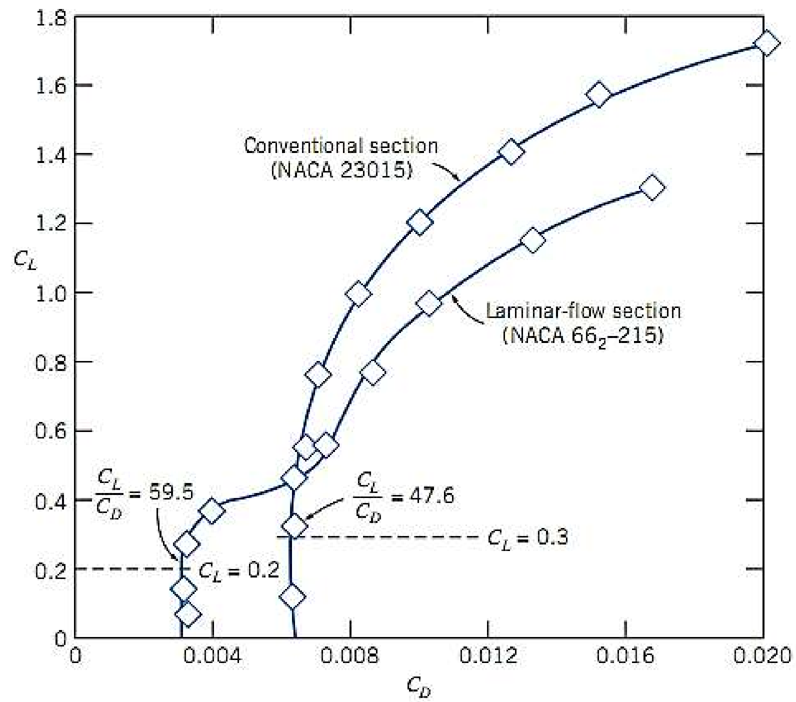
Lift coefficient vs. angle of attack

نیروی لیفت (Lift)



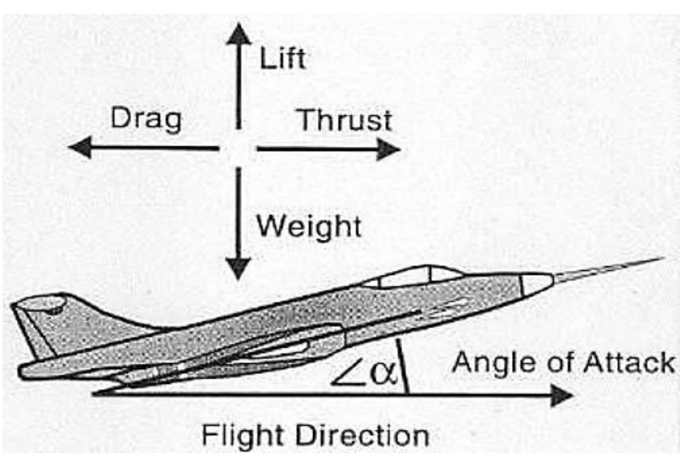
نسبت نیروی لیفت به نیروی درگ





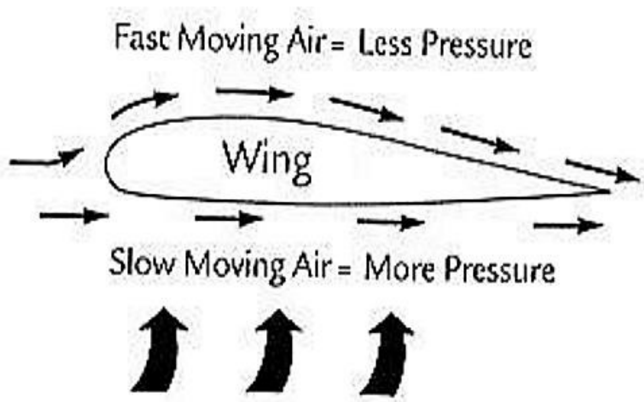
هواپیما چگونه پرواز می کند؟؟؟

- بال های هواپیما هم راستا با خطوط جریان قرار می گیرند. در نتیجه نیروی درگ تحمیل شده به بدنه هواپیما به حداقل و نیروی لیفت به حداکثر می رسد. این امر به غلبه بر نیروی وزن هواپیما و بلند شدن هواپیما از زمین کمک شایانی می کند.
- بال ها نسبت به افق زاویه ۵ تا ۱۵ درجه می گیرند که به این زاویه، زاویه حمله گفته می شود.



هواپیما چگونه پرواز می کند؟؟؟

- در جریان های درهم، نیروی درگ فشاری نسبت به درگ اصطکاکی بیشتر بوده و در این حالت، با کاهش سطح پیشانی (Frontal surface area)، مقدار این نیرو افت می کند.
- هم چنین با این کار، احتمال بروز پدیده «جدایش» لایه مرزی از روی سطح کاهش یافته و درگ فشاری به حداقل می رسد.



مثال

- یک صفحه صاف با ابعاد m ۱/۵ × m ۱/۵ با سرعت km/h ۵۰ در هوای ساکن با وزن مخصوص kgf/m^3 ۱/۱۵ حرکت می کند. اگر ضرایب درگ و لیفت به ترتیب برابر با ۰/۱۵ و ۰/۷۵ باشند، مطلوبست تعیین نیروی لیفت، نیروی درگ و نیروی برآیند.

حل: مساحت صفحه برابر است با

$$Area\ of\ \ plate\ (A) =$$

سرعت صفحه برحسب واحد SI:

$$\text{velocity of plate}(U) = 50\,km/h =$$

دانسیته هوا برابر است با

$$\rho = \frac{\gamma}{g}$$

با استفاده از ضریب درگ داریم

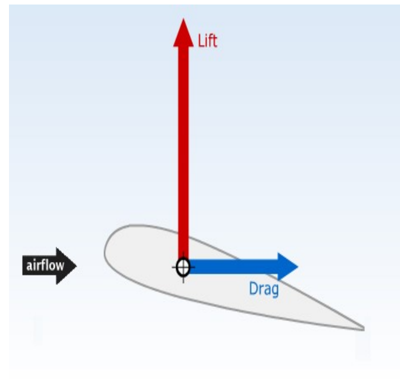
$$F_D = C_D A \rho \frac{U^2}{2}$$

مثال

به همین صورت با استفاده از ضریب لیفت می توان نوشت

$$F_L = C_L A\rho\frac{U^2}{2}$$

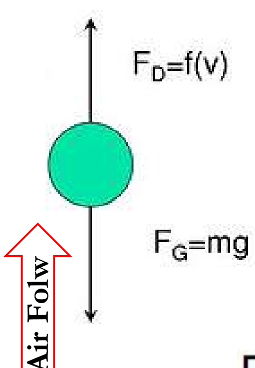
برای تعیین برآیند نیرو نیز به شکل زیر عمل می کنیم:



$$F_R =$$

مثال

- یک توپ با قطر ۸ cm در یک جریان هوای عمودی که دارای سرعت ۷ m/sec می باشد معلق شده است. وزن مخصوص هوا به اندازه ۱/۲۵ kgf/m^3 بوده و ویسکوزیته سینماتیک (ν) آن نیز برابر با ۱/۵ $stokes$ می باشد. وزن توپ را محاسبه نمایید.



حل: هنگامی که توپ در جریان عمودی هوا معلق شده است، در واقع نیروی درگ وارد بر توپ (از سوی هوا) منجر به غلبه بر عامل سقوط توپ (وزن توپ) می شود. پس برای تعیین وزن توپ، تنها باید نیروی درگ وارد بر آن را محاسبه کنیم.

قطر توپ و سرعت جریان هوا برابر است با

D = 8cm =0.08m U = 7m/sec

برای تعیین دانسیته هوا هم به شکل زیر عمل می کنیم

$$\rho = \frac{\gamma}{g}$$

مثال

ویسکوزیته سینماتیک برحسب واحد *SI* هم برابر است با

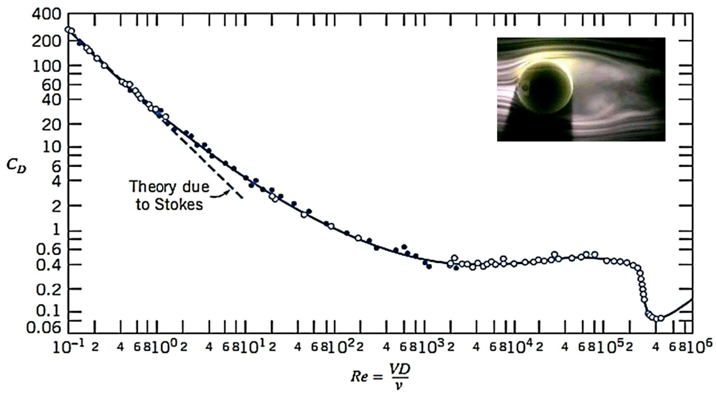
$$\vartheta = 1.5 \text{stokes} = 1.5 \times 10^{-4} \quad \text{m}^2/\text{sec}$$

در نتیجه عدد **Re** برابر است با

$$\text{Re} = \frac{V\,D}{\nu}$$

در نتیجه

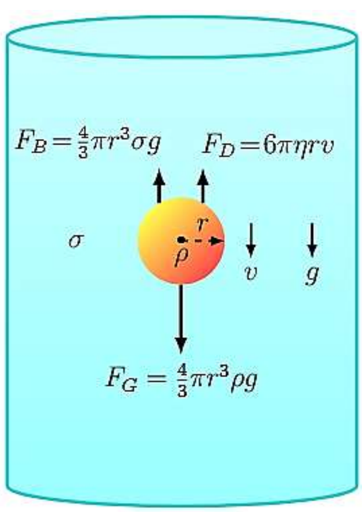
$$F_D = C_D \rho \frac{U^2}{2} A$$



Drag coefficient of a smooth sphere as a function of Reynolds number

سرعت حد

- جسمی را در نظر بگیرید که در یک سیال ساکن سقوط می کند. نیروهایی که به این جسم وارد می شوند عبارتند از نیروی درگ (F_D)، نیروی شناوری (F_B) و نیروی وزن(F_G).



- سرعت حد (*Terminal Velocity*) برای جسم کروی

برابر است با (در صورت برقرار بودن قانون استوکس *Re<1*):

$$v_T = \frac{2r^2(\rho - \sigma)g}{9\eta}$$

سوال: در صورتی که *Re<1* نباشد، سرعت حد چگونه تعیین می شود؟

Any Question?